Wolfgang K. Seiler D7,27, Zimmer 401
Tel. 8847

25. Juni 1999

11. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Für jede Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ist ${}^tAA$ symmetrisch.
2) *Richtig oder falsch:* Für jede Matrix $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ ist ${}^tA\overline{A}$ Hermitesch.
3) Welchen Rang und welche Signatur hat die Quadrik $xy = 1$ in $\mathbb{R}^2$?
4) *Richtig oder falsch:* Ist die symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ positiv semidefinit, aber nicht positiv definit, so ist $\det A = 0$.
5) *Richtig oder falsch:* Ist die symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ negativ definit, so ist A^2 positiv definit.

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Identifiziert man $\mathbb{C}$ in der üblichen Weise mit $\mathbb{R}^2$, bestimmen die folgenden Gleichungen ebene Quadriken. Bestimmen Sie deren Normalformen, Ränge und Signaturen:
a) $z^2 + \overline{z}^2 + z + \overline{z} = 1$
b) $z\overline{z} + (z - \overline{z})^2 + (z - \overline{z}) = 1$

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*
Berechen Sie Normalform, Rang und Signatur der Quadriken
a) $x^2 + 4xz + 3y^2 + 6y + z^2 = 1$
b) $xy + yz + zx = 0$!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
a) Bestimmen Sie die Menge aller Quintupel $(a, b, c, d, e) \in \mathbb{R}^5$, für die die Funktion

$$f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey$$

nur positive Werte annimmt!
b) Bestimmen Sie die Mengen aller $a \in \mathbb{R}$, für die die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & a & 1 \\ a & 1 & a \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix}$$

jeweils positiv oder negativ definit oder semidefinit oder indefinit ist! *(Hinweis: Wenn Sie die Matrix scharf anschauen, können Sie einen Eigenwert erraten.)*

Abgabe bis zum Freitag, dem 2. Juli 1999 um 12.00 Uhr