WOLFGANG K. SEILER
Tel. 8847

D7,27, Zimmer 401

16. April 1999

1. Übungsblatt Höhere Mathematik I

1) Richtig oder falsch: Für drei Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ ist $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$.

2) Richtig oder falsch: Für drei Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ ist $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$.

3) Richtig oder falsch: Sind $\vec{u}, \vec{v}$ und $\vec{w}$ drei (beliebige) Kantenvektoren eines Parallelepipeds, die nicht in einer gemeinsamen Ebenen liegen, so ist dessen Volumen gleich $|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|$.

4) Drücken Sie die Fläche des Dreiecks $\triangle ABC$ mit Ecken $A, B, C \in \mathbb{R}^3$ aus durch die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$!

5) Berechnen Sie in $\mathbb{F}_2^6$ die Summe und das Skalarprodukt der Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$!

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*

Zeigen Sie: Für zwei Vektoren $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$ gilt

a) $|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2 - |\vec{u} \cdot \vec{v}|^2$

b) $|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

a) Zeigen Sie: Das Polyeder mit den Ecken

$$\begin{array}{cccc} A = (4,0,8), & B = (4,3,8), & C = (5,0,7), & D = (6,2,10)\,, \\ E = (2,1,6), & F = (3,1,5), & G = (3,3,9), & H = (5,2,11) \end{array}$$

ist ein Parallelepiped.

b) Berechnen Sie dessen Volumen!

Aufgabe 3: (*5 Punkte)*

a) Ein Polyeder habe vier Ecken A, B, C, Ds, d.h. es hat auch vier Seitenflächen, die allesamt Dreiecke sind. Berechnen Sie sein Volumen mit Hilfe eines geeigneten Spatprodukts!
Hinweis: Das Volumen einer Pyramide mit Grundfläche F und Höhe h ist $\frac{1}{3}Fh$.

b) Zeigen Sie: Das Polyeder mit den Ecken

$$A = (a,0,0), \quad B = (0,a,0), \quad C = (0,0,a), \quad D = (a,a,a)$$

ist ein Tetraeder, d.h. alle seine Kanten sind gleich lang.

c) Berechnen Sie das Volumen dieses Tetraeders mittels der Formel aus *a)* und leiten Sie dann eine Formel her für das Volumen eines Tetraeders mit Kantenlänge s!

Abgabe bis zum Freitag, dem 23. April 1999 um 12.00 Uhr