

20. Dezember 2005

9. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (4 Punkte)

- Zeigen Sie: Sind a, b, x natürliche Zahlen derart, daß $x \equiv ab \pmod{p}$ und $\text{ggT}(a, b) = 1$, so gibt es für jede Potenz q von p natürliche Zahlen u, v mit $u \equiv a \pmod{p}$, $v \equiv b \pmod{p}$ und $x \equiv uv \pmod{q}$.
- Zeigen Sie, daß $x = 420\,707\,581\,989\,806 \equiv 8 \cdot 9 \pmod{29}$!
- Heben Sie die Faktorisierung hoch modulo 29^{10} !
- Kann man daraus ein brauchbares Faktorisierungsverfahren für ganze Zahlen machen?

Aufgabe 2: (6 Punkte)

- Zerlegen Sie das Polynom $f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 - 2$ über $\mathbb{R}[X]$ in lineare und quadratische Faktoren!
- Berechnen Sie zur Kontrolle auch Gleitkommnäherungen Ihrer Faktoren!
- Bestimmen Sie ohne Verwendung des entsprechenden Maple-Kommandos die (exakte) Partialbruchzerlegung von $1/f(x)$ in $\mathbb{R}(X)$!
- Benutzen Sie diese, um eine Stammfunktion von $1/f(x)$ zu finden!
- Lassen Sie $\int \frac{dx}{f(x)}$ von Maple berechnen, eliminieren Sie alle etwaigen `RootOf`-Ausdrücke, und vergleichen Sie!

Aufgabe 3: (10 Punkte)

- Um sich einen besseren Überblick zu verschaffen, schnallt sich der Weihnachtsmann (130 kg) einen Raketenmotor (20 kg) um und startet mit 50 kg Treibstoff gen oben. Nach dem russischen Raketenpionier KONSTANTIN ZIOLKOWSKIĀ (1857–1935) würde er im gravitationsfreien Vakuum eine Beschleunigung von $a(t) = -w_0 \dot{m}(t)/m(t)$ erreichen, wobei $w_0 = 4,5 \text{ km/s}$ die Geschwindigkeit ist, mit der Treibstoff aus seinem Raketenmotor austritt, und $m(t)$ die Masse des gesamten Systems zur Zeit t . Dagegen arbeiten die Erdbeschleunigung $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ und der hier vernachlässigte Luftwiderstand. Der Raketenmotor verbraucht pro Sekunde 5 kg Treibstoff. Welche Höhe erreicht der Weihnachtsmann, und wann prallt er mit welcher Geschwindigkeit am Boden auf?
- Vor seinem Aufprall stellt Knecht Ruprecht ein Trampolin aus speziell verstärktem Rentierfell auf, das den Weihnachtsmann mit 80% seiner Aufprallgeschwindigkeit wieder zurück nach oben befördert. Stellen Sie seinen Start und seine ersten fünf Trampolinsprünge als Maple-Animation dar!



FRÖHE WEIHNACHTEN
und
VIEL ERFOLG IM NEUEN JAHR!

Abgabe bis zum Dienstag, dem 10. Januar 2006, um 12.00 Uhr