WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

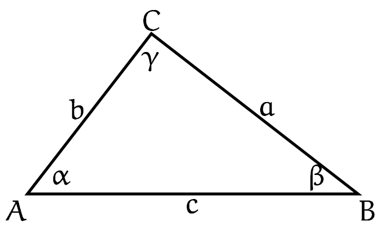
A5, C201

22. November 2005

5. Übungsblatt Computeralgebra

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)
Zeichnen Sie ein Netz aus 6×6 sechseckigen farbigen Fliesen mit weißen Fugen zwischen benachbarten Fliesen!

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)



Schreiben Sie ein Programm, das zu zwei vorgegebenen reellen Zahlen a, b und einem Winkel α entscheidet, ob es ein Dreieck gibt mit Kanten der Seitenlängen a, b und dem Winkel α bei der a gegenüberliegenden Ecke A. Falls ja, soll das Programm dieses Dreieck schrittweise konstruieren. Dabei soll für jede neu hinzukommende Hilfs- oder sonstige Linie eine neue Zeichnung erstellt werden, unter der ein kurzer Erläuterungstext sagt, was geschieht. Alle bereits konstruierten Teile des Dreiecks sollen in dieser Zeichnung in der üblichen Weise, d.h. wie beim nebenstehenden Dreieck, beschriftet sein. *(Das Kommando* `arc` *kann hier nützlich sein.)*

Aufgabe 3: (*5 Punkte*)

a) Das Kommando `ifactors(n)` liefert eine Liste mit dem Vorzeichen ν als erstem Element, gefolgt von Paaren (p, e) aus einer Primzahl und einem Exponenten derart, daß n das Produkt von ν mit den Potenzen p^e ist. Verwenden Sie dies, um eine Prozedur zu schreiben, die zu einer Zahl n das Produkt aller Primteiler von n berechnet!

b) Modifizieren Sie diese Prozedur so, daß nur die Primteiler p mit $p \equiv 1 \bmod 4$ berücksichtigt werden.

c) Testen Sie für $n = 200!$ Ihre Prozeduren!

Aufgabe 4: (*5 Punkte*)
Der Mathematiker LOTHAR COLLATZ definierte 1937 zu einer natürlichen Zahl x eine Folge mit $x_0 = x$ und $x_{i+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}x_i & \text{falls } x_i \text{ gerade} \\ 3x_i + 1 & \text{falls } x_i \text{ ungerade} \end{cases}$.

a) Schreiben Sie eine Prozedur, die für ihr Argument x den kleinsten Index n bestimmt mit $x_n = 1$!

b) Testen Sie diese Prozedur mit zehn zehnstelligen Zufallszahlen! Erzeugen Sie diese mit der Maple-Prozedur `rand`.

c) Schreiben Sie eine neue Prozedur, die für ihr Argument x das Folgenglied x_N mit $N = 10^{10}$ berechnet, und testen Sie auch diese mit zehn zehnstelligen Zufallszahlen!
Es ist übrigens nicht bekannt, ob es wirklich zu jedem x ein n gibt mit $x_n = 1$. Die Collatz-Vermutung, wonach dies stets der Fall sein sollte, wurde aber für alle $x \leq 3 \cdot 2^{53}$ verifiziert, so daß es nicht an der Mathematik liegen kann, wenn ihr Programm für eine zehnstellige Zahl endlos rechnet.

Abgabe bis zum Dienstag, dem 29. November 2005, um 12.00 Uhr