WOLFGANG K. SEILER
*Tel.* 2515

A5, C201

*15. November 2005*

# 4. Übungsblatt Computeralgebra

**Aufgabe 1:** (*6 Punkte*)

*a)* Zeigen Sie: Wenn die biquadratische Gleichung $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ zwei doppelte Nullstellen hat, sind entweder beide reell oder beide rein imaginär.

*b)* $f(x)$ hat genau dann zwei doppelte Nullstellen, wenn $b = 0$ und $a^2 = 4c$ ist.

*c)* Welcher der Fälle aus *a)* tritt ein für $a > 0$, für $a = 0$ und für $a < 0$ ?

*d)* Finden Sie eine Kurve $t \mapsto \big(a(t), b(t), c(t)\big)$ derart, daß die Polynome $f(x)$ mit $(a, b, c)$ auf dieser Kurve genau die sind, für die $f(x)$ eine mindestens dreifache Nullstelle hat!

*e)* Zeichnen Sie diese Kurve!
*Hinweis:* Denken Sie an den Wurzelsatz von VIÈTE !

**Aufgabe 2:** (*6 Punkte*)

*a)* Zeigen Sie: Die biquadratische Gleichung $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ hat genau dann eine mindestens zweifache Nullstelle in $\mathbb{C}$, wenn die Resultante von $f(x)$ und seiner Ableitung $f'(x)$ verschwindet.

*b)* Stellen Sie „von Hand“, d.h. über ein explizites Matrix-Kommando, die Matrix auf, deren Determinante die Resultante ist!

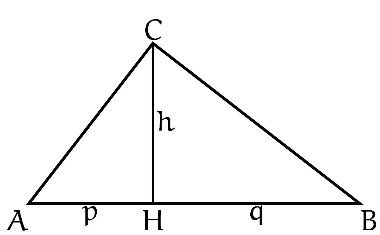
*c)* Lassen Sie diese Determinante vom Maple berechnen!

*d)* Zeichnen Sie die Menge

$$\big\{(a, b, c) \in [-3, 3]^3 \;\big|\; x^4 + ax^2 + bx + c \text{ hat mindestens eine doppelte Nullstelle}\big\}\,!$$

*e)* Zeichnen Sie diese Menge zusammen mit der Kurve aus Aufgabe 1*e)*!

**Aufgabe 3:** (*8 Punkte*)




Nach dem Höhensatz ist in einem rechtwinkligen Dreieck $h^2 = pq$. Beweisen Sie diesen Satz, indem Sie die beiden Dreiecke $\triangle ACH$ und $\triangle HCB$ sowohl mit einem Rechteck mit Seiten $p, q$ als auch mit einem Quadrat der Seitenlänge $h$ zu einem rechtwinkligen Dreieck mit Katheten $p + h$ und $q + h$ ergänzen! Programmieren Sie dann eine Animation, die die beiden Figuren ineinander überführt!

**Abgabe** bis zum Dienstag, dem 22. November 2005, um 12.00 Uhr