

31. Oktober 2005

## 2. Übungsblatt Computeralgebra

### Aufgabe 1: (5 Punkte)

Aus CLAUDE GASPARD BACHET SIEUR DE MÉZIRIAC: *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, Bourg-en-Bresse, <sup>2</sup>1624:

Il y a 41 personnes en un banquet tant hommes que femmes et enfants qui en tout dépensent 40 sous, mais chaque homme paye 4 sous, chaque femme 3 sous, chaque enfant 4 deniers. Je demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfants. (Bei einem Bankett sind 41 Personen, Männer, Frauen und Kinder, die zusammen vierzig Sous ausgeben, aber jeder Mann zahlt vier Sous, jede Frau drei Sous und jedes Kind vier Deniers. Ich frage, wie viele Männer, wie viele Frauen und wie viele Kinder es sind.)

*Hinweis:* 12 Deniers = 1 Sou, 20 Sous = 1 Pfund

### Aufgabe 2: (6 Punkte)

In einem Studentenwohnheim leben deutsche, französische, irische, italienische und schweizer Studenten. Jeder verhält sich bezüglich seines Verbrauchs an Bier, Wein, Mineralwasser und Fruchtsaft genau wie der Durchschnitt seiner Landsleute, deren Verbrauch (in Liter) für das Jahr 2002 in folgender Tabelle zu finden ist:

| Land        | Bier | Wein | Wasser | Fruchtsaft |  |
|-------------|------|------|--------|------------|--|
| Deutschland | 119  | 26   | 109    | 39         | nach   |
| Frankreich  | 41   | 47   | 147    | 24         | <a href="http://www.nationmaster.com/cat/Lifestyle">http://www.nationmaster.com/</a> |
| Irland      | 155  | 13   | 27     | 15         | cat/Lifestyle  |
| Italien     | 29   | 54   | 155    | 14         |  |
| Schweiz     | 57   | 42   | 111    | 23         |  |

Damals wurden im Wohnheim 19060l Bier, 5163l Wein, 19254l Mineralwasser und 5999l Fruchtsäfte getrunken. Wie viele Angehörige der einzelnen Nationen wohnten dort?

*Hinweis:* Beginnen Sie mit GAUSS, und machen Sie weiter mit Denken und Probieren. Die Eindeutigkeit der Lösung sollte bewiesen werden.

### Aufgabe 3: (4 Punkte)

Zeigen Sie: Die Gleichung  $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$  mit  $a_i, b \in \mathbb{Z}$  hat genau dann eine ganzzahlige Lösung, wenn der ggT der  $a_i$  ein Teiler von  $b$  ist.

### Aufgabe 4: (5 Punkte)

- a) Wenden Sie den EUKLIDischen Algorithmus an auf die beiden Polynome  $x^8 + 5x^7 + 7x^6 - 3x^5 + 4x^4 + 17x^3 - 2x^2 - 6x + 3$  und  $x^8 + 6x^7 + 3x^6 + x^5 + 10x^4 + 8x^3 + 2x^2 + 9x + 8$ , und berechnen Sie insbesondere die Folge der dabei entstehenden Divisionsreste!
- b) Geben Sie den ggT in möglichst einfacher Form an!

*Hinweis:* Die Maple-Anweisung `rem(f, g, x)` berechnet den Rest bei der Polynomdivision von  $f$  durch  $g$ , wobei beide als Polynome in  $x$  aufgefaßt werden.