Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

20. Mai 2015

13. Übungsblatt Analysis II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* B sei der Kreis um den Nullpunkt mit Radius zehn, und $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei eine stetige Funktion. Dann ist $\int_B f(x,y) = \int_B f(y,x)$.

2) Die Funktion $f(x,y)$ hänge, in Polarkoordinaten geschrieben, nur vom Radius r ab. Was können Sie über die Niveaulinien von f sagen?

3) Die Funktion $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ bilde den Punkt mit Polarkoordinaten (r,φ) ab auf $r^2 \sin 2\varphi$. Was ist $g(x,y)$?

4) Geben Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = (x+y)^2$ auf möglichst einfache Weise in Polarkoordinaten an!

5) Welches Volumen hat das von den Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 27 \end{pmatrix}$ aufgespannte Parallelepiped?

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*
K_R sei die Kreisscheibe mit Radius R um den Nullpunkt. Berechnen Sie $\int_{K_R} \cos(x^2+y^2)$ in Abhängigkeit von R !

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*
Berechnen Sie das Volumen des Ellipsoids $E = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \le 1\right\}$, indem Sie das Problem über die Transformationsformel zurückführen auf das bekannte Volumen $\frac{4}{3}\pi$ der Kugel $K = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2+y^2+z^2 = 1\right\}$!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
Zeigen Sie, daß das n-dimensionale Simplex

$$\Delta_n(a) = \left\{(x_1,\dots,x_n) \in \mathbb{R}^n \;\middle|\; x_k \ge 0 \text{ für alle } k \text{ und } \sum_{k=1}^n x_k = a\right\}$$

für $a \ge 0$ das Volumen $\frac{a^n}{n!}$ hat!

Keine Abgabe – Semesterende