

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 1. – 3. Dezember 2014

- a) Berechnen Sie $\int_0^x u \, du$ als Grenzwert geeigneter RIEMANN-Summen!
- b) Ist die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ gleichmäßig stetig auf ihrem Definitionsbereich?
- c) Ist die Exponentialfunktion gleichmäßig stetig auf \mathbb{R} ?
- d) Eine Boeing 727 braucht zum Abheben eine Geschwindigkeit von mindestens 200 Meilen pro Stunde; sie kann aus dem Stand innerhalb von 30 Sekunden auf diese Geschwindigkeit beschleunigen. Falls Sie von einer konstanten Beschleunigung (d.h. einer linear ansteigenden Geschwindigkeit) ausgehen: Wie lange (in Meilen) muß die Startbahn mindestens sein?
- e) Bestimmen Sie alle Funktion $F(x)$ mit $F'(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \, dx$!
- f) Für welche F ist $F'(x) = \cos(3x + 5)$?
- g) Was ist $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$?
- h) Zeigen Sie, daß für jede natürliche Zahl k gilt:

$$\int_0^{2\pi} \sin kx \, dx = \int_0^{2\pi} \cos kx \, dx = 0!$$

- i) Gilt dies auch für beliebige *ganze* Zahlen k und ℓ ?
- j) Zeigen Sie: Für zwei natürliche Zahlen k, ℓ gilt stets

$$\int_0^{2\pi} \sin kx \cos \ell x \, dx = 0.$$

- k) Bestimmen Sie die Fläche zwischen den Kurven $y = \sin x$ und $y = -\sin x$ über dem Intervall $[0, 2\pi]$!