Wolfgang K. Seiler — A5, C201
Tel. 2515

14. November 2014

11. Übungsblatt Analysis I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Wo ist die Funktion $f(x) = x^4 - 2x^2$ monoton wachsend, wo monoton fallend?

2) f und g seien zweifach differenzierbar. Drücken Sie die zweite Ableitung $(fg)''$ aus durch die Funktion f und g sowie deren Ableitungen!

3) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(x) = \cosh x$ ist konkav auf ganz $\mathbb{R}$.

4) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(x) = -x \log x$ ist konkav auf $\mathbb{R}_{>0}$.

Aufgabe 5: *(6 Punkte)*
Bestimme Sie, sofern sie existieren, die Grenzwerte

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sinh x}{x}$ *b)* $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\log x}{x}$ *c)* $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^4 - 3x^2 - 2x}$

Aufgabe 6: *(4 Punkte)*

a) $f\colon \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ sei eine stetige Funktion, für die $y = \lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ existiere. Zeigen Sie, daß dann auch die Folge $\big(f(k)\big)_{k\in\mathbb{N}}$ gegen y konvergiert!

b) Berechnen Sie $\lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[k]{k}$!

Aufgabe 7: *(5 Punkte)*
$f\colon D \to \mathbb{R}$ sei konvex und zweimal stetig differenzierbar, und es gebe kein Intervall $(c, d) \subseteq D$, in dem f' identisch verschwindet. Außerdem sei $[a, b] \subseteq D$. Zeigen Sie:

a) f nimmt auf $[a, b]$ sein Minimum und sein Maximum an.

b) In (a, b) wird kein Maximum angenommen.

c) In (a, b) wird höchstens ein Minimum angenommen.

Aufgabe 8: *(6 Punkte)*

a) Berechnen Sie das Taylor-Polynom dritten Grades um $x = 0$ sowie das Restglied für $f(x) = e^x$!

b) Berechnen Sie über das Polynom dritten Grades einen Näherungswert für $e = e^1$!

c) Schätzen Sie das Restglied ab und bestimmen Sie so eine untere und eine obere Schranke für e! Sie können dabei (ohne Beweis) benutzen, daß $e < 3$ ist.

Abgabe bis zum Freitag, dem 21. November 2014, um 12.00 Uhr