

31. Oktober 2014

## 9. Übungsblatt Analysis I

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  konvergiert die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{e^{kx}}$  und welchen Grenzwert hat sie dann?
- 2) Richtig oder falsch: Die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^k}$  konvergiert.
- 3) Richtig oder falsch: Die Reihe  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\log k}$  konvergiert.
- 4) Richtig oder falsch: Die Reihe  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\log k}$  konvergiert.
- 5) Richtig oder falsch:  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  sei eine Reihe mit lauter positiven Summanden. Falls es ein  $q > 1$  gibt, so daß  $a_{k+1} \geq qa_k$  ist für alle  $k$ , divergiert die Reihe.

**Aufgabe 6:** (5 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz oder Divergenz:

a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 + 1}{k^3}$     b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^k}{k^k}$     c)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!}$     d)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^n}{k!}$  mit  $n \in \mathbb{N}$     e)  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$

**Aufgabe 7:** (4 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}$  konvergiert absolut für alle  $x \in (-1, 1)$ .
- b) Was können Sie über Konvergenz in den Randpunkten  $x = \pm 1$  sagen?

**Aufgabe 8:** (6 Punkte)

Entscheiden Sie beide den folgenden Reihen, ob sie konvergieren, und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert!

a)  $\sum_{k=4}^{\infty} \frac{1}{k^2 - 9}$     b)  $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{k}{k^2 - 4}$     c)  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k^2}{k^2 - 1}$

**Keine Abgabe – Abgegeben wird diese Woche nur die Klausur!**