

17. Oktober 2014

7. Übungsblatt Analysis I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Richtig oder falsch: Für zwei reelle Zahlen $x > y > 0$ ist $\log x > \log y$
- 2) Richtig oder falsch: $e^{|x|} = |e^x|$
- 3) Wie viele Dezimalstellen hat e^{100} ?
- 4) Zeigen Sie: $f(x) = e^{-x^2}$ ist für $x < 0$ monoton wachsend, nimmt für $x = 0$ seinen maximalen Wert an und ist für $x > 0$ monoton fallend.
- 5) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(x) = |x|$ ist stetig im Punkt $x = 0$.

Aufgabe 6: (5 Punkte)

Der *dekadische* oder BRIGGSche Logarithmus $y = \lg x$ einer positiven reellen Zahl x ist jene reelle Zahl y mit der Eigenschaft, daß $10^y = x$ ist.

- a) Was ist $\lg \sqrt{10}$?
- b) $\lg 2$ ist mit fünfstelliger Genauigkeit gleich 0,30103. Berechnen Sie nur mit dieser Information und ohne Taschenrechner Näherungswerte für $\lg 2000$ und $\lg 1024$!
- c) Das Bundesamt für Sicherheit in der Informationstechnik hält Verschlüsselungsverfahren für sicher in Bezug auf die heute möglichen Angriffe, wenn ein erfolgreicher Angriff mindestens 2^{100} Rechenoperationen erfordert. Wie viele Dezimalstellen hat diese Zahl?
- d) Man sagt, zwei physikalische Signale mit Energien E_1 und E_2 haben einen Abstand von x dB oder Dezibel, wenn $10 \lg(E_1/E_2) = x$ ist. Bezeichnet speziell E_1 die Energie eines Nutzsignals (Musik, Sprache, ...) und E_2 die einer Störung, so redet man auch vom Störabstand oder Rauschabstand. Was ist E_1/E_2 bei einem Rauschabstand von 60 dB?
- e) Welchen Abstand in Dezibel haben zwei Signale, von denen das erste doppelt so stark ist wie das zweite?

Aufgabe 7: (7 Punkte)

Sinus hyperbolicus und *Kosinus hyperbolicus* einer reellen Zahl x sind definiert als

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}. \quad \text{Zeigen sie:}$$

- a) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$
- b) $\cosh x \geq 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$
- c) $\sinh x$ ist eine monoton wachsende Funktion
- d) Drücken Sie $\sinh(x+y)$ sowie $\cosh(x+y)$ aus durch $\sinh x$, $\sinh y$, $\cosh x$ und $\cosh y$!
- e) Wo ist $\cosh x$ monoton wachsend, wo monoton fallend?

Aufgabe 8: (3 Punkte)

Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ordne einer reellen Zahl x diejenige ganze Zahl y zu, für die $|x - y|$ minimal wird. Falls y durch diese Bedingung nicht eindeutig bestimmt ist, wird die betragskleinste Möglichkeit genommen. In welchen Punkten $x \in \mathbb{R}$ ist f stetig, in welchen nicht?

Abgabe bis zum Freitag, dem 24. Oktober 2014, um 12.00 Uhr