WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

10. Oktober 2014

6. Übungsblatt Analysis I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: $A \subset \mathbb{R}$ sei beschränkt und nicht leer. Dann ist das Infimum von A echt kleiner als das Supremum.

2) Für $A \subset \mathbb{R}$ sei $M \in \mathbb{R}$ sowohl obere als auch untere Schranke. Was wissen Sie dann über M?

3) Richtig oder falsch: Jede nicht nach unten beschränkte monoton fallende Folge hat eine streng monoton fallende Teilfolge.

4) Richtig oder falsch: Jede beschränkte Folge hat mindestens einen Häufungspunkt.

5) Richtig oder falsch: Kein Körper, der eine echte Teilmenge von $\mathbb{R}$ ist, kann vollständig sein.

Aufgabe 6: *(4 Punkte)*
Welche der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}$ sind nach oben, welche nach unten beschränkt? Bestimmen Sie, sofern es existiert, auch Minimum, Maximum, Infimum und Supremum der Menge!

$$A = \left\{ 2 + \frac{3}{n^2} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\}, \qquad B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 < 10\},$$
$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 > 10\}, \qquad D = \{n^2 \mid n \in \mathbb{Z}\}$$

Aufgabe 7: *(6 Punkte)*
Finden Sie konvergente Teilfolgen der Folgen $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

a) $x_n = (-1)^n + \dfrac{2}{n^2}$

b) $x_n = i^n + \sqrt{n+3} - \sqrt{n}$

c) $x_n = 3 + \dfrac{(-1)^n}{n^2 - 15} + \big(1 + (-1)^n\big)(n^2 - 15)$

Aufgabe 8: *(5 Punkte)*

a) $([a_n, b_n])_{n\in\mathbb{N}}$ sei eine Intervallschachtelung. Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definition, daß $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ CAUCHY-Folgen sind!

b) Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definition, daß jede nach oben beschränkte monoton wachsende Folge eine CAUCHY-Folge ist!

Abgabe bis zum Freitag, dem 17. Oktober 2014, um 12.00 Uhr