Wolfgang K. Seiler A5, C201
*Tel.* 2515

*1. Oktober 2014*

# 5. Übungsblatt Analysis I

**Fragen:** *(je ein Punkt)*
*Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine* kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

*1) Richtig oder falsch:* Wenn die reelle Zahlenfolge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ bestimmt divergiert gegen $\infty$, ist sie monoton wachsend.

*2) Richtig oder falsch:* Konvergiert die komplexe Zahlenfolge $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $z \in \mathbb{C}$, so konvergiert die Folge $(\overline{z_n})_{n\in\mathbb{N}}$ der konjugiert komplexen Zahlen gegen $\overline{z}$.

*3) Richtig oder falsch:* Ist $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge komplexer Zahlen und $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge, so ist $(w_n \cdot z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge.

*4) Richtig oder falsch:* Sind $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ zwei monoton wachsende Folgen reeller Zahlen, so ist auch $(x_n \cdot y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ monoton wachsend.

*5) Richtig oder falsch:* $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei eine reelle Folge derart, daß die Folge $\big(|x_n|\big)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $x \in \mathbb{R}$ konvergiert. Dann konvergiert $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $x$ oder gegen $-x$.

**Aufgabe 6:** *(8 Punkte)*
Entscheiden Sie bei jeder der hier definierten reellen Zahlenfolgen $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, ob und gegebenenfalls wohin sie konvergiert, ob sie beschränkt ist und ob sie monoton wachsend *bzw.* fallend ist!

*a)* $x_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ *b)* $x_n = -\frac{n+3}{n}$ *c)* $x_n = \frac{n^3+3}{n^3-3}$ *d)* $x_n = 3^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$

**Aufgabe 7:** *(3 Punkte)*
Zeigen Sie:

*a)* Für zwei reelle $x, y$ ist $\max(x, y) = \dfrac{x + y + |x - y|}{2}$ !

*b)* Konvergieren die reellen Folgen $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $x$ und $y$, so konvergiert die Folge $\big(\max(x_n, y_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $\max(x, y)$.

*c)* Konvergiert auch die Folge $\big(\min(x_n, y_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $\min(x, y)$?

**Aufgabe 8:** *(4 Punkte)*
Die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch $x_1 = \frac{1}{3}$ und $x_{n+1} = x_n(1 - x_n)$ für $n \geq 1$.

*a)* Zeigen Sie, daß alle $x_n$ im offenen Intervall $(0, 1)$ liegen!

*b)* Zeigen Sie, daß die Folge streng monoton fällt!

*c)* Zeigen Sie, daß die Folge entweder divergiert oder eine Nullfolge ist!

**Abgabe** bis zum Freitag, dem 8. Oktober 2014, um 12.00 Uhr