

19. September 2014

### 3. Übungsblatt Analysis I

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so auch  $(-a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
- 2) *Richtig oder falsch:* Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so auch  $(a_n^2)_{n \in \mathbb{N}}$ .
- 3) *Richtig oder falsch:* Sind  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  Nullfolgen und sind alle  $b_n$  von Null verschieden, so ist auch  $(a_n/b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge.
- 4) *Richtig oder falsch:* Ist  $([a_n, b_n])_{n \in \mathbb{N}}$  eine Intervallschachtelung, so auch  $([2a_n, 2b_n])_{n \in \mathbb{N}}$ .
- 5) *Richtig oder falsch:*  $[-1, 1] \cdot [-1, 1] = \{x^2 \mid x \in [-1, 1]\}$

**Aufgabe 6:** (3 Punkte)

$([a_n, b_n])_{n \in \mathbb{N}}$  sei eine Intervallschachtelung, bei der alle  $b_n$  negativ seien. Zeigen sie, daß dann auch die Folge der Intervalle

$$\left[ \frac{1}{b_n}, \frac{1}{a_n} \right]$$

eine Intervallschachtelung bildet!

*Hinweis:* Überlegen Sie sich, daß  $a_n b_n \geq b_n^2$  für alle  $n \in \mathbb{N}$

**Aufgabe 7:** (5 Punkte)

- a) Stellen Sie die folgenden Zahlen in möglichst einfacher Form dar! Wenn Nenner notwendig sind, sollten diese weder Wurzeln noch die imaginäre Einheit  $i$  enthalten, und auch sonst sollte ihr Ergebnis möglichst wenige Wurzeln enthalten!

$$\frac{12\sqrt{11}}{\sqrt{11} + \sqrt{17}}, \quad \frac{1 + 3i}{3 + 5i}, \quad \frac{(1 + i)^{2014}}{2^{1004}}$$

- c) Zeigen Sie:  $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 4$

**Aufgabe 8:** (7 Punkte)

Finden Sie die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen und geben Sie diese in der Form  $x + iy$  mit  $x, y \in \mathbb{R}$  an:

- a)  $z^2 + 2i = 0$
- b)  $z^2 + 2iz + 3 = 0$
- c)  $z^2 + 2iz + 11 - 16i = 0$