

5. September 2014

1. Übungsblatt Analysis I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Für drei Mengen A, B, C ist $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.
- 2) *Richtig oder falsch:* Die Menge $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ ist die Menge aller negativer ganzer Zahlen.
- 3) *Richtig oder falsch:* Die Menge aller nichtnegativer rationaler Zahlen ist mit der üblichen Addition und Multiplikation ein Körper.
- 4) *Richtig oder falsch:* Die Menge $\{0\}$ ist mit der üblichen Addition und Multiplikation ein Körper.
- 5) Zeigen Sie, daß für zwei Mengen A, B stets gilt: $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \emptyset$,

Aufgabe 6: (4 Punkte)

$A = \{3^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ sei die Menge aller Dreierpotenzen, $B = \{n^2 \mid n \in \mathbb{Z}\}$ die Menge aller Quadratzahlen und $C = \{n \in \mathbb{N}_0 \mid n \leq 100\}$.

- a) Was ist $A \cap B$?
- b) Was ist $A \setminus B$?
- c) Geben Sie die Elemente der Menge $(B \cap C) \setminus A$ explizit an!
- d) Wie viele Elemente hat $C \setminus B$?

Aufgabe 7: (5 Punkte)

A und B seien Teilmengen einer Menge M , d.h. jedes Element von A und jedes Element von B liegt auch in M . Zeigen Sie:

- a) $(M \setminus A) \cap (M \setminus B) = M \setminus (A \cup B)$
- b) $(M \setminus A) \setminus (M \setminus B) = (M \setminus A) \cap B$

Aufgabe 8: (6 Punkte)

- a) Zeigen Sie, daß in jedem Körper k gilt

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{für alle } a, b \in k!$$

- b) Leiten Sie daraus mit möglichst geringem Aufwand eine Formel für $(a - b)^3$ ab!