

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 27.+28. Mai 2013

- a) Beschreiben Sie die Niveaulinien der Abbildung $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f(x, y) = \max\{|x|, |y|\}$!
- b) In welchen Punkten des \mathbb{R}^2 ist die Funktion $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3+y}{x^2+y^2} & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{falls } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ stetig?
- c) In welchen Punkten des \mathbb{R}^2 ist die Funktion $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2} & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{falls } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ stetig?
- d) Konvergiert die Folge der Funktionen $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_k(x) = \sin(x + \frac{1}{k})$ punktweise gegen eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$? Konvergiert sie gleichmäßig gegen eine solche Funktion?
- e) Konvergiert die Folge der Funktionen $g_k: (0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g_k(x) = \tan(x - \frac{1}{k})$ punktweise gegen eine Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$? Konvergiert sie gleichmäßig gegen eine solche Funktion?
- f) Untersuchen Sie die Mengen
 $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq x - [x]\}$ und $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < y < x - [x]\}$
auf Zusammenhang und Wegzusammenhang!
- g) R sei die Raute mit Ecken $(0, \pm 1)$ und $(\pm 1, 0)$. Berechnen Sie $\int_R x^2 y^2$, indem Sie die Raute zu einem achsenparallelen Quadrat drehen!