

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 21. Mai 2013

- a) Berechnen Sie den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$!
- b) Welche Fläche hat das Dreieck mit Ecken $(1, 2, 3)$, $(2, 3, 1)$ und $(3, 1, 2)$?
- c) Welchen Winkel hat das Dreieck im Punkt $(1, 2, 3)$?
- d) *Richtig oder falsch:* Für drei Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ ist $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$.
- e) Die stetige Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ hänge, in Polarkoordinaten ausgedrückt, nur ab vom Winkel φ . Was können Sie über f sagen?
- f) Die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ hänge, in Polarkoordinaten geschrieben, nur von φ ab. Wie sehen die Niveaulinien von f aus?
- g) Schreiben Sie die Funktion $f(x, y) = x^2 + 3xy^2$ in Polarkoordinaten!
- h) Geben Sie die Funktion $F(r, \varphi) = r^2 \cos 2\varphi$ an in kartesischen Koordinaten!
- i) Der Punkt $P \in \mathbb{R}^2$ habe die kartesischen Koordinaten $(x, y) \neq (0, 0)$. Was sind seine Polarkoordinaten?
- j) Eine Drehung um den Nullpunkt mit Winkel α ist gegeben durch die Abbildung

$$f: \begin{cases} \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) \mapsto (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha) \end{cases}$$

Was ist die Funktionaldeterminante dieser Abbildung

- k) Berechnen Sie für $K_R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}$ das Integral $\int_{K_1} \sqrt{1 - x^2 - y^2}$!
- l) Was ist $\int_{K_R} \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$?
- m) Interpretieren Sie dieses Integral geometrisch!
- n) Was ist $\int_{K_R} e^{\sqrt{x^2 + y^2}}$!
- o) Berechnen Sie $\int_E e^{\sqrt{x^2 + 4y^2}}$ für $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 \leq 4\}$!
- p) Finden Sie die relativen und absoluten Extrema der Funktion $f(x, y) = e^{x-3y} \sin(3x + y)$ auf der Menge

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq 2x\} !$$