WOLFGANG K. SEILER
*Tel.* 2515
A5, C201

*21. Februar 2013*

# 2. Übungsblatt Analysis II

**Fragen:** *(je ein Punkt)*
*Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine* kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

*1) Richtig oder falsch:* Die Abbildung $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ mit $f(x) = (x, x)$ ist stetig differenzierbar.

*2) Richtig oder falsch:* Die Abbildung $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ist stetig differenzierbar.

*3) Richtig oder falsch:* $x \in \mathbb{R}^n$ ist genau dann ein Häufungspunkt der Teilmenge $D \subseteq \mathbb{R}^n$, wenn es für jedes $\varepsilon > 0$ ein $y \in D$ gibt, so daß $0 < \|x - y\| < \varepsilon$ ist.

*4) Richtig oder falsch:* Jeder Häufungspunkt einer Teilmenge $D \subseteq \mathbb{R}^n$ ist entweder ein innerer Punkt oder ein Randpunkt von $D$.

*5) Richtig oder falsch:* Eine Teilmenge $D \subseteq \mathbb{R}^n$ ist genau dann abgeschlossen, wenn jeder Häufungspunkt von $D$ in $D$ liegt.

**Aufgabe 6:** *(5 Punkte)*
Zeigen Sie durch schrittweise Anwendung der Lemmata der Vorlesung, daß die

$$f\colon \begin{cases} \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2 \\ (x, y) \mapsto \left( \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, e^{\sin(xy)} \right) \end{cases} \qquad \text{stetig ist !}$$

**Aufgabe 7:** *(10 Punkte)*

*a)* Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen von $\mathbb{R}^3$ nach $\mathbb{R}$:

$$f(x, y, z) = \frac{\sin(xy) + \cos(yz)}{1 + \cos^2(xyz)} \quad \text{und} \quad g(x, y, z) = \frac{\sin(x + y)}{e^{x+z}}\ !$$

*b)* Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen von $\mathbb{R}^3$ nach $\mathbb{R}^2$:

$$f(x, y, z) = \big( (xy + z)^2, x^2y^3z^4 - x^4y^3z^2 \big) \quad \text{und} \quad g(x, y, z) = \big( \cos(x^2 + y^2 + z^2), e^{\sin(xy)} \big)\ !$$

**Abgabe** bis zum Mittwoch, dem 27. Februar 2013, um 10.10 Uhr