

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 3. – 5. Dezember 2012

- a) Drücken Sie $\sin^2 x$ und $\cos^2 x$ aus durch Funktionen der Form $\sin ax$ und $\cos bx$!
- b) Drücken Sie $\sin 3x$ aus als Polynom in $\sin x$ und $\cos x$!
- c) Drücken Sie $\cos 3x$ aus als Polynom nur in $\cos x$!
- d) Zeigen Sie: Für jeden Winkel φ genügt $z = \cos \frac{\varphi}{3}$ der kubischen Gleichung
- $$4z^3 - 3z = \cos \varphi !$$
- e) Zeigen Sie: Im Intervall $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ist die Sinusfunktion streng monoton wachsend!
- f) Der Arkussinus $\arcsin x$ sei die Umkehrfunktion der Einschränkung des Sinus auf das Intervall $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Zeigen Sie, daß er für alle $x \in [-1, 1]$ erklärt ist, und berechnen Sie seine Ableitung im Intervall $(-1, 1)$!
- g) Was ist i^{-i} ?
- h) Finden Sie eine komplexe Zahl z , mit $z^{12} = 1$, aber $z^n \neq 1$ für alle natürlichen Zahlen $n < 12$!
- i) Wie viele verschiedene Lösungen hat die vorige Aufgabe?
- j) Drücken Sie die Funktionen $\sin kx \cos \ell x$ für $k, \ell \in \mathbb{R}$ aus als Linearkombination von Funktionen der Form $\sin rx$!
- k) Eine Boeing 727 braucht zum Abheben eine Geschwindigkeit von mindestens 200 Meilen pro Stunde; sie kann aus dem Stand innerhalb von 30 Sekunden auf diese Geschwindigkeit beschleunigen. Falls Sie von einer konstanten Beschleunigung (d.h. einer linear ansteigenden Geschwindigkeit) ausgehen: Wie lange (in Meilen) muß die Startbahn mindestens sein?
- l) Berechnen Sie $\int_0^x u \, du$ als Grenzwert der Fläche unter geeigneten Treppenfunktionen!
- m) Bestimmen Sie alle Funktion $F(x)$ mit $F'(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \, dx$!
- n) Für welche F ist $F'(x) = \cos(3x + 5)$?