Wolfgang K. Seiler A5, Zimmer C201
Tel. 2515

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 19–21. November 2012

a) Zeigen Sie, daß die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ absolut konvergiert!

b) Zeigen Sie, daß die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2-\frac{1}{k}}\right)^k$ konvergiert!

c) Zeigen Sie, daß die Funktion $f(x) = x^5 + x + 1$ auf ganz $\mathbb{R}$ streng monoton wachsend ist!

d) Welche Ableitung hat die Umkehrfunktion g von f im Punkt $f(2) = 35$?

e) Wo hat g lokale Maxima und Minima?

f) Wo ist f konvex, wo konkav?

g) Ist die Logarithmusfunktion konvex oder konkav auf $(0, \infty)$?

h) Wie sieht es aus mit der Exponentialfunktion?

i) Was ist $\lim_{x\to 1} \frac{x^4 - x^3 + x^2 - 1}{x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1}$?

j) Zeigen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $\lim_{x\to\infty} x^n e^{-x} = 0$!

k) Was ist $\lim_{n\to\infty} x^n e^{-x}$?

l) Zeigen Sie: Zu jedem $n \in \mathbb{N}$ gibt es ein $M_n \in \mathbb{R}$, so daß $e^x > x^n$ für alle $x > M_n$, und für jedes $x > 1$ aus $\mathbb{R}$ gibt es ein $N_x \in \mathbb{N}$, so daß $e^x < x^n$ für alle $n \geq N_x$.

m) Was ist $\lim_{x\searrow 0} \sqrt{x} \log x$?

n) Zeigen Sie: Die n-te Ableitung von x^n ist $n!$.

o) Was ist die n-te Ableitung von $\sinh x$?