

19. Oktober 2012

## 7. Übungsblatt Analysis I

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Jede Teilfolge einer monoton wachsenden Folge ist monoton.
- 2) *Richtig oder falsch:*  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sei eine reelle Folge derart, daß die Folge  $(|x_n|)_{n \in \mathbb{N}}$  gegen  $x \in \mathbb{R}$  konvergiert. Dann konvergiert  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gegen  $x$  oder gegen  $-x$ .
- 3)  $A \subseteq \mathbb{R}$  habe die Zahl  $M \in \mathbb{R}$  sowohl als obere wie auch als untere Schranke. Was können Sie über  $A$  sagen?
- 4) *Richtig oder falsch:* Für zwei reelle Zahlen  $x > y > 0$  ist  $\log x > \log y$
- 5) *Richtig oder falsch:*  $e^{|x|} = |e^x|$

**Aufgabe 6:** (5 Punkte)

- a)  $x_0 < x_1$  seien reelle Zahlen und die Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sei rekursiv definiert durch die Formel  $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-1} + x_{n-2})$  für  $n \geq 2$ . Zeigen Sie, daß die Folge konvergiert!
- b) Finden Sie eine konvergente Teilfolge der Folge mit  $x_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n^2-15} + (1 + (-1)^n)(n^2 - 15)!$

**Aufgabe 7:** (5 Punkte)

- a) Zeigen Sie:  $\left( \left[ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \right] \right)_{n \in \mathbb{N}}$  ist eine Intervallschachtelung für die EULERsche Zahl  $e$ .
- b) Zeigen Sie, daß die Länge des  $n$ -ten Intervalls kleiner ist als  $e/n$ !
- c) Wie groß muß  $n$  mindestens sein, damit Sie auf Grund dieser Abschätzung die Zahl  $e$  mit einem Fehler von höchstens 0,01 berechnen können?

**Aufgabe 8:** (5 Punkte)

Der *dekadische* oder BRIGGSche Logarithmus  $y = \lg x$  einer positiven reellen Zahl  $x$  ist jene reelle Zahl  $y$  mit der Eigenschaft, daß  $10^y = x$  ist.

- a) Was ist  $\lg \sqrt{10}$ ?
- b)  $\lg 2$  ist mit fünfstelliger Genauigkeit gleich 0,30103. Berechnen Sie nur mit dieser Information und ohne Taschenrechner auch die Werte von  $\lg 2000$  und  $\lg 1024$  mit entsprechender Genauigkeit!
- c) Das Bundesamt für Sicherheit in der Informationstechnik hält Verschlüsselungsverfahren für sicher in Bezug auf die heute möglichen Angriffe, wenn ein erfolgreicher Angriff mindestens  $2^{100}$  Rechenoperationen erfordert. Wie viele Dezimalstellen hat diese Zahl?
- d) Man sagt, zwei physikalische Signale mit Energien  $E_1$  und  $E_2$  haben einen Abstand von  $x$  dB oder Dezibel, wenn  $10 \lg(E_1/E_2) = x$  ist. Bezeichnet speziell  $E_1$  die Energie eines Nutzsignals (Musik, Sprache, ...) und  $E_2$  die einer Störung, so redet man auch vom Störabstand oder Rauschabstand. Was ist  $E_1/E_2$  bei einem Rauschabstand von 60 dB?
- e) Welchen Abstand in Dezibel haben zwei Signale, von denen das erste doppelt so stark ist wie das zweite?

Abgabe bis zum Freitag, dem 26. Oktober 2012, um 12.00 Uhr