

19. Oktober 2012

7. Übungsblatt Analysis I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Jede Teilfolge einer monoton wachsenden Folge ist monoton.
- 2) *Richtig oder falsch:* $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei eine reelle Folge derart, daß die Folge $(|x_n|)_{n \in \mathbb{N}}$ gegen $x \in \mathbb{R}$ konvergiert. Dann konvergiert $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegen x oder gegen $-x$.
- 3) $A \subseteq \mathbb{R}$ habe die Zahl $M \in \mathbb{R}$ sowohl als obere wie auch als untere Schranke. Was können Sie über A sagen?
- 4) *Richtig oder falsch:* Für zwei reelle Zahlen $x > y > 0$ ist $\log x > \log y$
- 5) *Richtig oder falsch:* $e^{|x|} = |e^x|$

Aufgabe 6: (5 Punkte)

- a) $x_0 < x_1$ seien reelle Zahlen und die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch die Formel $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-1} + x_{n-2})$ für $n \geq 2$. Zeigen Sie, daß die Folge konvergiert!
- b) Finden Sie eine konvergente Teilfolge der Folge mit $x_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n^2-15} + (1 + (-1)^n)(n^2 - 15)!$

Aufgabe 7: (5 Punkte)

- a) Zeigen Sie: $\left(\left[\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \right] \right)_{n \in \mathbb{N}}$ ist eine Intervallschachtelung für die EULERsche Zahl e .
- b) Zeigen Sie, daß die Länge des n -ten Intervalls kleiner ist als e/n !
- c) Wie groß muß n mindestens sein, damit Sie auf Grund dieser Abschätzung die Zahl e mit einem Fehler von höchstens 0,01 berechnen können?

Aufgabe 8: (5 Punkte)

Der *dekadische* oder BRIGGSche Logarithmus $y = \lg x$ einer positiven reellen Zahl x ist jene reelle Zahl y mit der Eigenschaft, daß $10^y = x$ ist.

- a) Was ist $\lg \sqrt{10}$?
- b) $\lg 2$ ist mit fünfstelliger Genauigkeit gleich 0,30103. Berechnen Sie nur mit dieser Information und ohne Taschenrechner auch die Werte von $\lg 2000$ und $\lg 1024$ mit entsprechender Genauigkeit!
- c) Das Bundesamt für Sicherheit in der Informationstechnik hält Verschlüsselungsverfahren für sicher in Bezug auf die heute möglichen Angriffe, wenn ein erfolgreicher Angriff mindestens 2^{100} Rechenoperationen erfordert. Wie viele Dezimalstellen hat diese Zahl?
- d) Man sagt, zwei physikalische Signale mit Energien E_1 und E_2 haben einen Abstand von x dB oder Dezibel, wenn $10 \lg(E_1/E_2) = x$ ist. Bezeichnet speziell E_1 die Energie eines Nutzsignals (Musik, Sprache, ...) und E_2 die einer Störung, so redet man auch vom Störabstand oder Rauschabstand. Was ist E_1/E_2 bei einem Rauschabstand von 60 dB?
- e) Welchen Abstand in Dezibel haben zwei Signale, von denen das erste doppelt so stark ist wie das zweite?

Abgabe bis zum Freitag, dem 26. Oktober 2012, um 12.00 Uhr