

21. September 2012

### 3. Übungsblatt Analysis I

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so auch  $(-a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
- 2) *Richtig oder falsch:* Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so auch  $(a_n^2)_{n \in \mathbb{N}}$ .
- 3) *Richtig oder falsch:* Sind  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  Nullfolgen, so auch  $(a_n - b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
- 4) *Richtig oder falsch:* Ist  $([a_n, b_n])_{n \in \mathbb{N}}$  eine Intervallschachtelung, so auch  $([2a_n, 3b_n])_{n \in \mathbb{N}}$ .
- 5) *Richtig oder falsch:* Ist  $([a_n, b_n])_{n \in \mathbb{N}}$  eine Intervallschachtelung, so auch  $([a_{n+2}, b_{n+2}])_{n \in \mathbb{N}}$ .

**Aufgabe 6:** (5 Punkte)

$([a_n, b_n])_{n \in \mathbb{N}}$  sei eine Intervallschachtelung, bei der alle  $a_n$  positiv seien. Zeigen sie, daß dann auch die Folge der Intervalle

$$\left[ \frac{1}{b_n}, \frac{1}{a_n} \right]$$

eine Intervallschachtelung bildet!

**Aufgabe 7:** (3 Punkte)

Die Zahl des sogenannten *Goldenen Schnitts* ist  $g = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ . Zeigen Sie, daß sie die Gleichung

$$\frac{1}{g} = g - 1$$

erfüllt!

**Aufgabe 8:** (7 Punkte)

- a) Formen Sie  $\frac{2}{\sqrt{11} + \sqrt{13}}$  so um, daß ein möglichst einfacher Ausdruck ohne Quadratwurzeln im Nenner entsteht!
- b)  $a, b, c, d$  seien rationale Zahlen und  $(c, d) \neq (0, 0)$ . Welche weiteren Bedingungen müssen die vier Zahlen erfüllen, damit auch  $\frac{a + b\sqrt{2}}{c + d\sqrt{2}}$  eine rationale Zahl ist?
- c) Zeigen Sie:  $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 4$