Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 2515

14. September 2012

2. Übungsblatt Analysis I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, daß $n < 2^n$ ist für alle $n \in \mathbb{N}$!

2) *Richtig oder falsch:* Für zwei Elemente a, b eines angeordneten Körpers gilt: Ist $a < 0$ und $b < 0$, so ist $ab > 0$.

3) *Richtig oder falsch:* Es gibt eine rationale Zahl x mit $x^4 = 2$.

4) Welchen Durchschnitt haben die beiden halboffenen Intervalle $[a, b)$ und $(a, b]$?

5) *Richtig oder falsch:* Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge, so gibt es eine natürliche Zahl $n_0 \in \mathbb{N}$, so daß entweder $a_n \geq 0$ für alle $n \geq n_0$ oder aber $a_n \leq 0$ für alle $n \geq n_0$.

Aufgabe 6: *(6 Punkte)*

a) Berechnen Sie für $n = 1, 2, 3$ und 4 die Summe der ersten n ungeraden Zahlen!

b) Stellen Sie eine allgemeine Vermutung auf, was die Summe der ersten n ungeraden Zahlen sein sollte!

c) Beweisen Sie die in *b)* aufgestellte Vermutung durch vollständige Induktion!

d) Was ist die Summe der ersten n geraden Zahlen

e) Beweisen Sie, aufbauend aus den aus der Vorlesung bekannten Resultaten, Ihre Formel auch ohne vollständige Induktion!

Aufgabe 7: *(4 Punkte)*
Wenden Sie das Verfahren von Heron an um Intervalle zu finden, in denen $\sqrt{5}$ liegen muß! Beginnen Sie mit dem Startwert $x_0 = 2$ und rechnen Sie so lange, bis Sie sicher sind, mindestens drei Nachkommastellen von $\sqrt{5}$ zu kennen!

Aufgabe 8: *(5 Punkte)*
Entscheiden Sie für jede der Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}, (b_n)_{n\in\mathbb{N}}, (c_n)_{n\in\mathbb{N}}$, ob es sich dabei um eine Nullfolge handelt:

$$a_n = \frac{1}{n^2+2}, \quad b_n = \frac{n+1}{n^2}, \quad c_n = \frac{n^2+1}{n+1}$$

Abgabe bis zum Freitag, dem 21. September 2012, um 12.00 Uhr