

25. März 2010

## 6. Übungsblatt Analysis II

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Bestimmen Sie die im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate optimale „Lösung“ des linearen Gleichungssystems  $x + y = 0$  und  $x + y = 1$ !
- 2) Welchen Korrelationskoeffizienten haben die drei Datenpaare  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  und  $(2, 6)$ ?
- 3) *Richtig oder falsch:* Ist  $\mathcal{U}$  eine offene Überdeckung von  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  und  $Y \subset X$ , so ist  $\mathcal{U}$  auch eine offene Überdeckung von  $Y$ .
- 4) *Richtig oder falsch:* Die Mengen  $U_n = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x - y - n| < 1\}$  bilden eine offene Überdeckung von  $\mathbb{R}^2$ .
- 5) *Richtig oder falsch:*  $\mathbb{R}^n$  ist kompakt.

**Aufgabe 1:** (8 Punkte)

- a) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf für die Koeffizienten  $a$  und  $b$  der Ausgleichsgeraden  $y = ax + b$  durch die drei Datenpunkte  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  und  $(2, 4)$ !
- b) Geben Sie die Geradengleichung explizit an!

**Aufgabe 2:** (7 Punkte)

- a) Welche Bedingungen muß  $x$  erfüllen, damit die Gleichung  $F(x, y) = x^2 + xy + y^2 = 12$  in der Umgebung des Punktes  $(x, y)$  nach  $y$  aufgelöst werden kann?
- b)  $y = f(x)$  sei die Auflösung von  $F(x, y) = 12$  um einen solchen Punkt. Wo verschwindet die Ableitung von  $f$ ?
- c) Berechnen Sie für jede dieser Nullstellen die zweite Ableitung  $f''(x)$  und entscheiden Sie, ob  $f$  dort ein Minimum, Maximum oder keines von beiden hat!

**Aufgabe 3:** (ohne Abgabe)

- a) Gegeben sind  $N$  Paare  $(x_i, y_i)$  von Werten, zwischen denen zumindest ungefähr ein Zusammenhang der Form  $y_i = ax_i^2 + bx_i + c$  bestehen sollte. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf für die im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate optimalen Koeffizienten  $a, b$  und  $c$ !
- b) Finden Sie eine Parabel, die für  $x = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$  und  $x = \pi$  möglichst gut mit der Sinuslinie übereinstimmt!