

25. März 2010

6. Übungsblatt Analysis II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Bestimmen Sie die im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate optimale „Lösung“ des linearen Gleichungssystems $x + y = 0$ und $x + y = 1$!
- 2) Welchen Korrelationskoeffizienten haben die drei Datenpaare $(0, 0)$, $(1, 1)$ und $(2, 6)$?
- 3) *Richtig oder falsch:* Ist \mathcal{U} eine offene Überdeckung von $X \subseteq \mathbb{R}^n$ und $Y \subset X$, so ist \mathcal{U} auch eine offene Überdeckung von Y .
- 4) *Richtig oder falsch:* Die Mengen $U_n = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x - y - n| < 1\}$ bilden eine offene Überdeckung von \mathbb{R}^2 .
- 5) *Richtig oder falsch:* \mathbb{R}^n ist kompakt.

Aufgabe 1: (8 Punkte)

- a) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf für die Koeffizienten a und b der Ausgleichsgeraden $y = ax + b$ durch die drei Datenpunkte $(0, 0)$, $(1, 1)$ und $(2, 4)$!
- b) Geben Sie die Geradengleichung explizit an!

Aufgabe 2: (7 Punkte)

- a) Welche Bedingungen muß x erfüllen, damit die Gleichung $F(x, y) = x^2 + xy + y^2 = 12$ in der Umgebung des Punktes (x, y) nach y aufgelöst werden kann?
- b) $y = f(x)$ sei die Auflösung von $F(x, y) = 12$ um einen solchen Punkt. Wo verschwindet die Ableitung von f ?
- c) Berechnen Sie für jede dieser Nullstellen die zweite Ableitung $f''(x)$ und entscheiden Sie, ob f dort ein Minimum, Maximum oder keines von beiden hat!

Aufgabe 3: (ohne Abgabe)

- a) Gegeben sind N Paare (x_i, y_i) von Werten, zwischen denen zumindest ungefähr ein Zusammenhang der Form $y_i = ax_i^2 + bx_i + c$ bestehen sollte. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf für die im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate optimalen Koeffizienten a , b und c !
- b) Finden Sie eine Parabel, die für $x = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$ und $x = \pi$ möglichst gut mit der Sinuslinie übereinstimmt!