

18. März 2010

5. Übungsblatt Analysis II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Eine quadratische Form $Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ist genau dann positiv semidefinit, wenn sie im Nullpunkt ein Minimum hat.
- 2) Finden Sie eine quadratische Form $Q: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, die im Punkt $(1, 1)$ ein Maximum hat!
- 3) *Richtig oder falsch:* Die Summe zweier positiv definiter Matrizen ist positiv definit.
- 4) Finden Sie eine Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\nabla f(0, 0) = 0$ und negativ semidefiniter HESSE-Matrix $H_f(0, 0)$, die im Nullpunkt kein Maximum hat!
- 5) Durch welche Matrix ist die quadratische Form $f(x, y) = xy$ gegeben?

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Berechnen Sie das TAYLOR-Polynom fünften Grades um den Nullpunkt $(0, 0)$ für die Funktionen

- a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto e^{x^2+y^3}$
- b) $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto \sin(x + y^2) + \cos(x^2 - y)!$

Aufgabe 2: (9 Punkte)

Bestimmen Sie alle (lokalen) Maxima und Minima sowie die Sattelpunkte der Funktionen

- a) $f(x, y) = y^4 - 3xy^2 + x^3$
- b) $g(x, y) = (x + y^2 + 2y)e^{2x}$
in $\mathbb{R}^2!$

Aufgabe 3: (ohne Abgabe)

Finden Sie das Minimum der Funktion $f(x, y) = x^2 + |x + y|!$