WOLFGANG K. SEILER A5, ZIMMER C201
Tel. 2515

Themenvorschläge zur Klausurvorbereitung

Die folgenden Themenvorschläge sind im gleichen Stil wie Fragen und Teilaufgaben der Modulklausur und sollen Ihnen helfen, noch vorhandene Schwachpunkte zu finden und so Ihre Klausurvorbereitung zu optimieren. Am 28. und 29. Januar werde ich von Ihnen vorgeschlagene Themen wahlweise wiederholen und/oder an Beispielaufgaben illustrieren,

a) *Richtig oder falsch:* $\sqrt[3]{3} \in \mathbb{Q}$

b) Zeigen Sie: $\sum_{k=1}^{n} (3k-1)^2 = \frac{6n^3 + 3n^2 - n}{2}$!

c) Zeigen Sie: $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$!

d) Vereinfachen Sie den Ausdruck $\frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1}$!

e) *Richtig oder falsch:* $(1+i)^{2010} \in \mathbb{R}$

f) Finden Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $z^2 - 6z + 10 = 0$!

g) Die Abbildung $f: \{1,2,3,4,5\} \to \{6,7,8,9,10\}$ sei injektiv. Ist sie auch surjektiv?

h) Welche der hier definierten Folgen ist konvergent, und wohin konvergiert sie gegebenenfalls? Welche der Folgen ist monoton?

$$u_n = \frac{n^2-1}{n^2+1}, \quad v_n = \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}{n}, \quad w_n = i^n, \quad x_n = 2^n, \quad y_n = \frac{(-2)^n}{3^n}, \quad z_n = (-5)^n$$

i) *Richtig oder falsch:* Die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $x_1 = -1$ und $x_{n+1} = \max(x_n, \sin x_n)$ konvergiert.

j) Bestimmen Sie, soweit vorhanden, Infimum und Supremum der Mengen

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x - 3 \le 0\right\} \quad \text{und} \quad B = \left\{3 + 4n^{-2} \mid n \in \mathbb{N}\right\} !$$

k) Auf welcher maximaler Teilmenge von $\mathbb{R}$ sind die durch die folgenden Ausdrücke gegebenen Funktionen definiert? Wo sind sie stetig, wo differenzierbar?

$$f(x) = \sin|x|, \quad g(x) = x^2 - [x], \quad h(x) = x \cdot |x|, \quad j(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}, \quad k(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$$

l) Zeigen Sie, daß das Polynom $f(x) = x^3 - 3x + 1$ zwischen $x = -2$ und $x = +2$ mindestens eine Nullstelle hat!

m) Tatsächlich hat $f(x) = x^3 - 3x + 1$ zwischen $x = -2$ und $x = +2$ sogar drei Nullstellen. Finden Sie Intervalle, in denen jeweils genau eine dieser Nullstellen liegt!

n) Wo hat diese Funktion ihre lokalen Maxima, wo die Minima?

o) Wo ist die Funktion monoton wachsend, wo monoton fallend?

p) Wo ist die Funktion konvex, wo konkav?

q) *Richtig oder falsch:* Konvergiert die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $x \in \mathbb{R}$, so konvergiert die Folge $(\cos x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $\cos x$.

r) *Richtig oder falsch:* Konvergiert die Folge $(\sin x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $y \in \mathbb{R}$, so konvergiert die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen ein $x \in \mathbb{R}$ mit $\sin x = y$.

s) Drücken Sie $\sin^3 x$ aus als Linearkombination von Funktionen der Form $\sin ax$ mit $a \in \mathbb{R}$!

t) Was ist $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} e^{-k}$?

u) Konvergiert die Reihe $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos k}{2^k}$?

v) Entscheiden Sie für die folgenden Reihen, ob sie konvergieren, und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert!

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{10^k}, \qquad \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2-1}, \qquad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{k}{k^2-2}\,!$$

w) Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$f(x) = xe^{\cos x}, \qquad g(x) = \frac{x^2}{x^2-1} \quad \text{und} \quad h(x) = x^2 \log x - \cos^2 x\,!$$

x) Bestimmen Sie die TAYLOR-Reihe von $f(x) = \sin(x^2)$ um den Nullpunkt!

y) Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x} \quad \text{und} \quad \lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^3-2x^2+2x-1}\,!$$

z) Finden Sie Stammfunktionen für

$$f(x) = x^4 + 3x^2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \quad \text{und} \quad g(x) = x\cos x\,!$$

ALLES GUTE UND VIEL ERFOLG IM NEUEN JAHR!