

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 7. – 9. Dezember 2009

- a) Was ist i^{-i} ?
- b) Finden Sie eine komplexe Zahl z , mit $z^{12} = 1$, aber $z^n \neq 1$ für alle natürlichen Zahlen $n < 12$!
- c) Wie viele verschiedene Lösungen hat die obige Aufgabe?
- d) Drücken Sie die Funktionen $\sin kx \cos \ell x$ für $k, \ell \in \mathbb{R}$ aus als Linearkombination von Funktionen der Form $\sin rx$!
- e) Eine Boeing 727 braucht zum Abheben eine Geschwindigkeit von mindestens 200 Meilen pro Stunde; sie kann aus dem Stand innerhalb von 30 Sekunden auf diese Geschwindigkeit beschleunigen. Falls Sie von einer konstanten Beschleunigung (d.h. einer linear ansteigenden Geschwindigkeit) ausgehen: Wie lange (in Meilen) muß die Startbahn mindestens sein?

f) Berechnen Sie $\int_0^x u \, du$ als Grenzwert der Fläche unter geeigneten Treppenfunktionen!

g) Was ist $\int (x^3 + 2x^2 + 2x + 1) \, dx$?

h) Was ist $\int \cos(3x + 5) \, dx$?

i) Was ist $\int x e^x \, dx$?

j) Berechnen Sie $\int_0^\pi \sin^2 x \, dx$ durch partielle Integration und, unabhängig davon, über die EULERSchen Formeln!

k) Zeigen Sie, daß für jede natürliche Zahl k gilt:

$$\int_0^{2\pi} \sin kx \, dx = \int_0^{2\pi} \cos kx \, dx = 0 !$$

l) Gilt dies auch für beliebige *ganze* Zahlen k und ℓ ?

m) Zeigen Sie: Für zwei natürliche Zahlen k, ℓ gilt stets

$$\int_0^{2\pi} \sin kx \cos \ell x \, dx = 0 .$$