

## Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 28–30. September 2009

- a) Zeigen Sie: Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so auch  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $b_n = a_n + a_{n+1}$ !
- b) Zeigen Sie: Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so auch  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $c_n = 2a_n + 3a_{n+1}$ !
- c) Zeigen Sie: Ist  $([a_n, b_n])_{n \in \mathbb{N}}$  eine Intervallschachtelung über  $\mathbb{R}$  mit  $a_1 > 0$ , so ist auch  $([\sqrt{a_n}, \sqrt{b_n}])_{n \in \mathbb{N}}$  eine Intervallschachtelung.
- d) Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen:

$$z_1 = i(1 - i), \quad z_2 = (3 + i)(3 - i), \quad z_3 = (i + 1)(i - 1),$$
$$z_4 = i^{2009}, \quad z_5 = \frac{5 + 2i}{2 + 3i}, \quad z_6 = \frac{4 + i}{2 - i}$$

- e) Zeigen Sie: Für zwei komplexe Zahlen  $z, w$  ist  $\overline{zw} = \bar{z} \cdot \bar{w}$ !
- f) Zeigen Sie: Für zwei komplexe Zahlen  $z, w \in \mathbb{C}$  ist  $|zw| = |z| |w|$ !
- g) Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen  $z \in \mathbb{C}$  mit  $z^3 = -1$ !
- h) Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen  $z \in \mathbb{C}$  mit  $z^6 = 1$ !
- i) Finden Sie alle komplexen Zahlen  $z$  mit  $z^2 = 3 + 4i$ !
- j) Lösen Sie die quadratische Gleichung  $x^2 - 6x + 25 = 0$ !
- k) Lösen Sie die quadratische Gleichung  $x^2 + x + 1 = 0$ !
- l) Lösen Sie die quadratische Gleichung  $x^2 + 3ix + 4 = 0$ !