

20. November 2009

11. Übungsblatt Analysis I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Wo ist die Funktion $f(x) = x^4 - 2x^2$ monoton wachsend, wo monoton fallend?
- 2) f und g seien zweifach differenzierbar. Drücken Sie die zweite Ableitung $(fg)''$ aus durch die Funktion f und g sowie deren Ableitungen!
- 3) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(x) = \cosh x$ ist konkav auf ganz \mathbb{R} .
- 4) Bestimmen Sie die TAYLOR-Reihe von $f(x) = x^5$ um $x = 0$!
- 5) *Richtig oder falsch:* Sind f und g analytische Funktionen, so auch $f + g$ und $f - g$.

Aufgabe 6: (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^4 - 3x^2 - 2x}$

Aufgabe 7: (8 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Die n -te Ableitung von $f(x) = \frac{1}{x}$ ist $f^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{n!}{x^{n+1}}$!
- b) Berechnen Sie die TAYLOR-Reihe von $g(x) = \log x$ um $x = 1$!
- c) Zeigen Sie, daß diese Reihe für $h = 1$ konvergiert!
- d) Welchen Grenzwert hat die alternierende harmonische Reihe?

Aufgabe 8: (4 Punkte)

Berechnen Sie die TAYLOR-Reihen von

- a) $f(x) = \sinh x \cdot \cosh x$ um den Nullpunkt
- b) $g(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ um $x = 1$