Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 2515

6. November 2009

9. Übungsblatt Analysis I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Es gibt eine reelle Zahl x_M im offenen Intervall $(0, 1)$, so daß die Funktion $f(x) = 1 - |x|$ dort ihr Maximum annimmt.

2) Richtig oder falsch: Es gibt eine reelle Zahl x_m im offenen Intervall $(0, 1)$, so daß die Funktion $f(x) = 1 - |x|$ dort ihr Minimum annimmt.

3) Richtig oder falsch: Die Reihe $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\log k}$ konvergiert.

4) Richtig oder falsch: Die Reihe $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\log k}$ konvergiert.

5) Richtig oder falsch: $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ sei eine Reihe mit lauter positiven Summanden. Falls es ein $q > 1$ gibt, so daß $a_{k+1} \geq q a_k$ ist für alle k, divergiert die Reihe.

Aufgabe 6: (*5 Punkte)*

a) $f, g\colon D \to \mathbb{R}$ seien stetige Funktionen und $[a, b] \subset D$. Zeigen Sie: Ist $f(a) < g(a)$ und $f(b) > g(b)$, so gibt es ein $x \in (a, b)$ mit $f(x) = g(x)$.

b) Zeigen Sie: Es gibt eine positive reelle Zahl x mit $2^x = x^4$. Finden Sie eine natürliche Zahl n, so daß $n < x < n + 1$ ist!

c) Gibt es eine reelle Zahl $x \in [0, 2]$ mit $2^x = x + 2 - 2[x]$?

Aufgabe 7: (*4 Punkte)*

a) Zeigen Sie: Die Reihe $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}$ konvergiert absolut für alle $x \in (-1, 1)$.

b) Was können Sie über Konvergenz in den Randpunkten $x = \pm 1$ sagen?

Aufgabe 8: (*6 Punkte)*

Entscheiden Sie beide den folgenden Reihen, ob sie konvergieren, und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert!

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{9}{10^k}$ *b)* $\displaystyle\sum_{k=4}^{\infty} \frac{1}{k^2 - 9}$ *c)* $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k}{k^2 - 1}$

Abgabe bis zum Freitag, dem 13. November 2009, um 10.15 Uhr