

25. September 2009

3. Übungsblatt Analysis I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Ist $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Nullfolge, so auch $(-a_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- 2) *Richtig oder falsch:* Ist $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Nullfolge, so auch $(a_n^2)_{n \in \mathbb{N}}$.
- 3) *Richtig oder falsch:* Sind $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Nullfolgen, so auch $(a_n - b_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- 4) *Richtig oder falsch:* Ist $([a_n, b_n])_{n \in \mathbb{N}}$ eine Intervallschachtelung, so auch $([2a_n, 3b_n])_{n \in \mathbb{N}}$.
- 5) *Richtig oder falsch:* Ist $([a_n, b_n])_{n \in \mathbb{N}}$ eine Intervallschachtelung, so auch $([a_{n+2}, b_{n+2}])_{n \in \mathbb{N}}$.

Aufgabe 6: (6 Punkte)

- a) Berechnen Sie $z_1 = (3 + 4i)(4 + 3i)$, $z_2 = \frac{3 + 4i}{4 + 3i}$, $z_3 = \frac{(1 + i)^{2009}}{2^{1004}}$ und $z_{4/5} = \pm \sqrt[5]{i}$!
- b) Zeigen Sie: Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ mit $(a, b) \neq (0, 0)$ ist $\left| \frac{a + ib}{a - ib} \right| = 1$!

Aufgabe 7: (3 Punkte)

Finden Sie alle komplexen Zahlen z mit $z^8 = 1$!

Aufgabe 8: (6 Punkte)

Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen mit komplexen Zahlen:

- a) $x^2 - 4x + 13 = 0$
- b) $x^2 - 2ix - 2 = 0$
- c) $x^2 - (2 + 2i)x + 3 - 2i = 0$