

18. September 2009

## 2. Übungsblatt Analysis I

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, daß  $n < 2^n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ !
- 2) *Richtig oder falsch:* Für zwei Elemente  $a, b$  eines angeordneten Körpers gilt: Ist  $a < 0$  und  $b < 0$ , so ist  $ab > 0$ .
- 3) *Richtig oder falsch:* Für  $a < b$  ist das offene Intervall  $(a, b)$  eine echte Teilmenge des abgeschlossenen Intervalls  $[a, b]$ .
- 4) Welchen Durchschnitt haben die beiden halboffenen Intervalle  $[a, b)$  und  $(a, b]$ ?
- 5) *Richtig oder falsch:* Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so gibt es eine natürliche Zahl  $n_0 \in \mathbb{N}$ , so daß entweder  $a_n \geq 0$  für alle  $n \geq n_0$  oder aber  $a_n \leq 0$  für alle  $n \geq n_0$ .

**Aufgabe 6:** (5 Punkte)

Wenden Sie das Verfahren von HERON an um Intervalle zu finden, in denen  $\sqrt{5}$  liegen muß! Beginnen Sie mit dem Startwert  $x_0 = 2$  und rechnen Sie so lange, bis Sie sicher sind, mindestens drei Nachkommastellen von  $\sqrt{5}$  zu kennen!

**Aufgabe 7:** (4 Punkte)

- a) *Richtig oder falsch:* Die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_n = \frac{n}{2}$  ist eine Nullfolge.
- b) *Richtig oder falsch:* Die Folge  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $b_n = \frac{1}{n+2}$  ist eine Nullfolge.

**Aufgabe 8:** (6 Punkte)

- a) Formen Sie  $\frac{2}{\sqrt{11} + \sqrt{13}}$  so um, daß ein möglichst einfacher Ausdruck ohne Quadratwurzeln im Nenner entsteht!
- b) Die Zahl des sogenannten *Goldenen Schnitts* ist  $g = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ . Zeigen Sie, daß sie die Gleichung

$$\frac{1}{g} = g - 1$$

erfüllt!

- c) Zeigen Sie:  $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 4$