Blatt 4: Rubinstein Verhandlungsspiel

Aufgabe 1. Bedingte Diskontierung

Betrachte folgende Version des Rubinstein Verhandlungsspiels mit zwei Diskontierungsfaktoren $(\delta_{i1}, \delta_{i2})$ pro Spieler ($\delta_{ij} \in (0,1)$). Seien zwei Grenzen $b_i \in (0,1)$ gegeben. Definiere Relationen auf $S \times \mathbb{N}_0 \cup \{(0,0,\infty)\}$ durch:

$$(r,t_1) \geq_i (s,t_2) \Leftrightarrow \begin{cases} r_i \cdot \delta_{i1}^{t_1} \geq s_i \cdot \delta_{i1}^{t_2} & \text{für } s \geq b_i \\ r_i \cdot \delta_{i2}^{t_1} \geq s_i \cdot \delta_{i2}^{t_2} & \text{für } s < b_i \end{cases}.$$

Prüfe, ob $\geq_i$ eine Präferenzordnung ist und ob die Bedingungen $(A-1)-(A-5)$ (Definition 4.3) erfüllt sind. Unterscheide dabei die Fälle $\delta_{i1} < \delta_{i2}$ und $\delta_{i1} > \delta_{i2}$.

Aufgabe 2. Verhandlung mit Kommunikation ([Ru82, p. 107/108])

Betrachte folgende Variation vom Rubinstein Verhandlungsspiel mit konstanten Verhandlungskosten $c = c_1 = c_2$ (Beispiel 4.5 (ii)). Erinnerung: $(r,t_1) \geq_i (s,t_2) :\Leftrightarrow r_i - c \cdot t_1 \geq s_i - c \cdot t_2$.

Zusätzlich zum Setup in Definitionen 4.1, 4.3 gibt es eine stetige nicht-negative Kommunikationsfunktion $\varepsilon : [0,1] \to [0,1]$ mit $\varepsilon(x) \leq max\,\{0, x-c\}$ und einem Maximum x_0. Sei $c \in (0, \frac{1}{2})$ und $1 > x_0 > 2c$ und $\varepsilon(x_0) > c$. ε ist common knowledge. (Die Kommunikation funktioniert so: Spieler 1 schlägt die Aufteilung $(x, 1-x)$ vor, Spieler 2 kann das als die "Botschaft/vorgeschlagene Aufteilung" $(\varepsilon(x), 1-\varepsilon(x))$ auffassen.)

Folgende Strategien sollen diese "Kommunikation" implementieren:

$$f^1 = (x_0, 1-x_0), g^1(s_1^1, s_2^1) = \begin{cases} \text{Nein} & s_2^1 < 1-c \\ \text{Ja} & s_2^1 \geq 1-c \end{cases}$$

$$g^n(s) = (\varepsilon(s_1^1), 1-\varepsilon(s_1^1)), f^n(s) = \begin{cases} \text{Nein} & s_1^n < \varepsilon(s_1^1) \\ \text{Ja} & s_1^n \geq \varepsilon(s_1^1) \end{cases} \text{ für } n \geq 2 \text{ gerade}$$

$$f^n(s) = (\varepsilon(s_1^1), 1-\varepsilon(s_1^1)), g^n(s) = \begin{cases} \text{Nein} & s_2^n < 1-\varepsilon(s_1^1) \\ \text{Ja} & s_2^n \geq 1-\varepsilon(s_1^1) \end{cases} \text{ für } n \geq 3 \text{ ungerade}$$

(Für $n \geq 2$ sind dies die Strategien aus Theorem 4.15 für $(\varepsilon(s_1^1), 1-\varepsilon(s_1^1))$.)

(a) Zeige, dass $(f,g) \in F \times G$ ein teilspielperfektes Gleichgewicht (Überprüfe dazu Def. 4.12 (b)) mit $T(f,g) = 2$ ist.

(b) Überprüfe, ob die Aufteilung dieses Gleichgewichts $(\varepsilon(x_0), 1-\varepsilon(x_0))$ Pareto optimal ist.

Aufgabe 3. SPEs mit T(f,g)=2

Zeige folgende Aussage und erkläre, warum Aufgabe 2 kein Widerspruch hierzu ist:

Sei $(f,g) \in F \times G$. Sei g^2 eine konstante Abbildung $S \to S$. D.h. es gibt ein r^1 mit $g^2(s^1) = r^1 \forall s^1 \in S$. Sei $f^2(s^1, r^1) = Ja\ \forall s^1 \in S$. Ist (f,g) ein teilspielperfektes Gleichgewicht, dann gilt $T(f,g) \neq 2$.

Das Übungsblatt wird in der Übung am 19.05.2016 besprochen.