Blatt 1: Faire Kuchenaufteilung

Aufgabe 1. Schneiden und Wählen in $n = 3$

Sei das folgende Protokoll für $n = 3$ gegeben:

1. Schritt: Spieler 1 schneidet K in zwei Teile $A_1 \cup A_2 = K$, mit (Strategie) $\mu_1(A_1) = \frac{1}{3}$ und $\mu_1(A_2) = \frac{2}{3}$.

2. Schritt: Spieler 2 schneidet A_2 in zwei Stücke $A_2 = A_{21} \cup A_{22}$ mit (Strategie) $\mu_2(A_{21}) = \mu_2(A_{22}) = \frac{1}{2}\mu_2(A_2)$.

3. Schritt: Aus den Stücken A_1, A_{21}, A_{22} wird in der Reihenfolge 3, 1, 2 gewählt.

(a) Für welchen Spieler ist dieses Protokoll neidfrei?

(b) Ist dieses Protokoll proportional (mit Beweis)?

Aufgabe 2. Proportional/ Neidfrei in $n = 3$

Wir betrachten nun folgenden Algorithmus:

1. Schritt: Spieler 1 schneidet K in drei gleichgroße Teile A_1, A_2, A_3.

2. Schritt: Spieler 1, 2, 3 geben an, welche Stücke für sie proportional sind ($\geq \frac{1}{3}$) (1 = proportional, 0 = nicht proportional) in einer Matrix, diese werden dann (durch den externen wohlwollenden Spieldesigner) auf die Spieler verteilt:

	A_1	A_2	A_3
Spieler 1	1	1	1
Spieler 2	1	1	0
Spieler 3	0	1	0

(a) Wie sieht eine proportionale Aufteilung mit der obigen Matrix aus?

(b) Können wir annehmen, dass in der ersten Reihe nur "1" stehen? Kann es eine Reihe mit nur "0" geben? Ist das Protokoll in der Form eines Protokolls nach Definition 1.11?

(c) Nimm an, dass die Spieler auch ein Ranking der Stücke angeben (von 1-3). Könnten wir bei beliebigem Ranking in Schritt 2 daraus eine neidfreie Aufteilung erstellen?

Aufgabe 3. Neidfreie teilweise Aufteilung

(a) Schreiben Sie das Protokoll 1.17 von Taylor im Fall $n = 4$ auf. Der Beweis ist nicht nötig.

(b) Erklären Sie, warum das Protokoll mit 5, aber nicht mit 4 Stücken funktioniert.

Aufgabe 4. Neidfreie teilweise Aufteilung mit Vorteil

Schreiben Sie das Protokoll 1.18 für $n = 5$ auf. Die Schritte 1, 2 und 3 sind fast unverändert. Zu ihnen sollen Sie nur folgende Angaben machen: Die Ungleichung für $p \in \mathbb{N}$ in der Strategie im 1. Schritt, und die Zahl $k \in \mathbb{N}$, so dass im 3. Schritt Stücke $s_1, ..., s_k$ und $t_1, ..., t_k$ hergestellt werden. Beim 4. und 5. Schritt sollen Sie die Handlungsanweisungen formulieren, aber nicht die Strategien (denn die sind klar). Zum Beweis brauchen Sie nichts schreiben (außer für die Richtigkeit der Ungleichung für p).