Universität Mannheim, Lehrstuhl für Mathematik VI — Blatt 4
Prof. Dr. Claus Hertling — 08.04.2014

Übungsaufgaben zur Spieltheorie 2

1. *(3+3+1Punkte)* 2 Schwestern erben zusammen eine Goldkette und 20000 Euro. Für Schwester 1 ist die Goldkette 10000 Euro wert, für Schwester 2 ist sie 6000 Euro wert. Sie müssen die Goldkette und das Geld untereinander aufteilen.

   (a) Was ist eine gute und gerechte Verteilung?

   (b) In (b) und (c) wird angenommen, dass beide Schwestern gegenüber Ungerechtigkeit unempfindlich sind, dass sie strikt auf ihren Vorteil bedacht sind und dass ihnen egal ist, was die andere Schwester bekommt.

   Wenn Schwester 1 das Erbe in 2 Teile teilen darf und Schwester 2 ein Teil auswählen darf, wie wird Schwester 1 das Erbe in 2 Teile teilen?

   (c) Wenn Schwester 2 das Erbe in 2 Teile teilen darf und Schwester 1 ein Teil auswählen darf, wie wird Schwester 2 das Erbe in 2 Teile teilen?

2. *(2+3+1 Punkte)* In der Situation von Aufgabe 1 werden nun allgemeinere Werte angesetzt,

$$\begin{aligned} g_1 &:= \text{Wert der Goldkette für Schwester 1,} \\ g_2 &:= \text{Wert der Goldkette für Schwester 2,} \\ 2b &:= \text{geerbtes Bargeld,} \\ \text{mit} & \quad b \geq g_1 > g_2. \end{aligned}$$

   (a) Was ist eine gute und gerechte Verteilung?

   (b) Der Vorgang in Aufgabe 1 (b)

   Schwester 1 erstellt 2 Teile, Schwester 2 wählt eins aus,

   kann als extensives Spiel mit 2 Schritten gedeutet werden, so dass aber Schwester 1 im 1. Schritt ein Kontinuum an Möglichkeiten hat.

   Geben Sie die Strategienräume S^1 und S^2 für die 1. bzw. 2. Schwester im 1. bzw. 2. Schritt an. Geben Sie ein teilspielperfektes Gleichgewicht an.

   (c) Analog zu (b) mit Vertauschung der Rollen der Schwestern 1 und 2.

Bitte wenden !!!

3. *(5 Punkte)* (Das Verhandlungsspiel von Rubinstein mit Diskontierung)

   Gegeben sind $\delta_1, \delta_2 \in]0,1[$, ein beliebig teilbares Gut mit Anfangswert 1, und 2 Spieler, die sich über eine Aufteilung des Guts einig werden müssen. Das Spiel hat beliebig viele Runden, die Anzahl ist in $\mathbb{N} \cup \{\infty\}$, und sie hängt vom Spielverlauf ab.

   Am Ende der n-ten Runde hat das Gut für Spieler $i \in \{1;2\}$ den Wert δ_i^{n-1}.

   In den ungeraden Runden schlägt Spieler 1 eine Aufteilung $(s, 1-s)$ vor, d.h. Anteil s des Guts für Spieler 1 und Anteil $1-s$ des Guts für Spieler 2. Spieler 2 stimmt zu oder lehnt ab. Bei Zustimmung wird diese Aufteilung realisiert, und das Spiel endet. Bei Ablehnung geht das Spiel in die nächste Runde.

   In den geraden Runden schlägt Spieler 2 eine Aufteilung $(s, 1-s)$ vor, d.h. Anteil s des Guts für Spieler 1 und Anteil $1-s$ des Guts für Spieler 2. Spieler 1 stimmt zu oder lehnt ab. Bei Zustimmung wird diese Aufteilung realisiert, und das Spiel endet. Bei Ablehnung geht das Spiel in die nächste Runde.

   Das Spiel hat ein teilspielperfektes Gleichgewicht. Alle teilspielperfekten Gleichgewichte führen zu derselben Aufteilung $(s_R, 1-s_R)$ am Ende der 1. Runde. Folgender Ansatz erlaubt eine elegante Bestimmung des Anteils s_R.

   s_{max} sei das Supremum der Anteile für Spieler 1 bei allen teilspielperfekten Gleichgewichten. s_{min} sei das Infimum der Anteile für Spieler 1 bei allen teilspielperfekten Gleichgewichten.

   Ersetzen Sie in den beiden folgenden Tabellen die insgesamt 4 Fragezeichen durch Werte, berechnen Sie damit s_{max} und s_{min}, und stellen Sie $s_{max} = s_{min} = s_R$ fest. Man hat in der 3. Spalte in Runde 1 und Runde 3 den gleichen Wert, weil das Spiel aber der 3. Runde abgesehen vom nun kleineren Wert des Gutes für beide Spieler gleich zum Spiel ab der 1. Runde ist.

Runde	Spieler	Spieler 1 bekommt höchstens	Spieler 2 bekommt mindestens
1	1	? $(= s_{max})$	-
2	2	-	?
3	1	s_{max}	

Runde	Spieler	Spieler 1 bekommt mindestens	Spieler 2 bekommt höchstens
1	1	? $(= s_{min})$	-
2	2	-	?
3	1	s_{min}	

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Übungsblätter, Prüfungsmodalitäten, Literatur) sind unter

`http://hilbert.math.uni-mannheim.de/14_FSS_spiel.html`

zu finden.

Vorrechnen von Musterlösungen zu Blatt 4 in der Übung am 10.04.2014