Lösungsskizzen Blatt 7

Aufgabe 1:

a.)

$$\begin{aligned} 643 &= 1 \cdot 627 + 16 \\ 627 &= 39 \cdot 16 + 3 \\ 16 &= 5 \cdot 3 + 1 \end{aligned}$$

In diesem Falle ist also und $ggT(643, 627) = 1$. Die Bestimmung von der Linearkombination ergibt sich durch "Zurückrechnen":

$$\begin{aligned} 1 &= 16 - 5 \cdot 3 \\ &= 1 \cdot 16 - 5 \cdot (627 - 39 \cdot 16) = 196 \cdot 16 - 5 \cdot 627 \\ &= 196 \cdot (643 - 627) - 5 \cdot 627 = 196 \cdot 643 - 201 \cdot 627 \end{aligned}$$

b.)

$$\begin{aligned} 1272 &= 1 \cdot 912 + 360 \\ 912 &= 2 \cdot 360 + 192 \\ 360 &= 1 \cdot 192 + 168 \\ 192 &= 1 \cdot 168 + 24 \\ 168 &= 7 \cdot 24 + 0 \end{aligned}$$

In diesem Falle ist also und $ggT(1272, 912) = 24$. Die Bestimmung von der Linearkombination ergibt sich durch "Zurückrechnen":

$$\begin{aligned} 24 &= 192 - 1 \cdot 168 \\ &= 1 \cdot 192 - (360 - 1 \cdot 192) = -360 + 2 \cdot 192 \\ &= -1 \cdot 360 + 2(912 - 2 \cdot 360) = 2 \cdot 912 - 5 \cdot 360 \\ &= 2 \cdot 912 - 5(1272 - 1 \cdot 912) \\ &= -5 \cdot 1272 + 7 \cdot 912 \end{aligned}$$

c.)

$$\begin{aligned} t^5 + t^4 + t^2 + 2t + 1 &= (t^2 + t)(t^3 + 1) + (t + 1) \\ t^3 + 1 &= (t^2 - t + 1)(t + 1) + 0 \end{aligned}$$

daher ist (ein) $ggT(t^3 + 2t^2 + t + 1, t^2 + 5)$ in $\mathbb{Q}[t]$ gleich $t + 1$ und

$$t + 1 = (t^5 + t^4 + t^2 + 2t + 1) - (t^2 + t)(t^3 + 1).$$

d.)

$$\begin{aligned} t^3 + 2t^2 + t + 1 &= (t+2)(t^2+5) + (3t+5) \\ t^2 + 5 &= (5t+1)(3t+5) + 0 \end{aligned}$$

daher ist (ein) $ggT(t^3 + 2t^2 + t + 1, t^2 + 5)$ in $\mathbb{Z}_7[t]$ gleich $3t + 5$ und

$$(3t+5) = (t^3 + 2t^2 + t + 1) - (t+2)(t^2+5).$$

Aufgabe 2:

a.) Hier kann so argumentiert werden wie in Aufgabe 1, Blatt 2, wobei $\sqrt{-5}$ durch $\sqrt{-13}$ ersetzt werden muss. Die Normfunktion ist dann $N(a + b \cdot \sqrt{-13}) = a^2 + 13b^2$. Ein euklidischer Ring ist stets auch faktoriell, $\mathbb{Z}[\sqrt{-13}]$ ist aber nicht faktoriell, also auch nicht euklidisch. 2 ist ein irreduzibles Element, welches kein Primelement ist.

b.) Da in einem Körper K jedes Element $b \neq 0$ eine Einheit ist, gibt es zu $a, b \in K$ mit $b \neq 0$ stets ein $q \in K$ mit $a = q \cdot b$, nämlich $q := ab^{-1}$. Ein echter Rest tritt nie auf, daher spielt die Gradfunktion $K \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{N}_0$ keine Rolle und kann beliebig gewählt werden.
Ideale von K sind nur $\{0\}$ und K. Falls nämlich ein Ideal I von K ein Element $b \neq 0$ enthält, so auch jedes $a \in K$ wegen $a = (ab^{-1})b$.

c.) Sei $b \in R$ mit $b \neq 0$ ein Element minimalen Grades. Da R euklidisch ist, gibt es $q, r \in R$ mit

$$1 = q \cdot b + r \quad \text{und} \quad r = 0 \text{ oder } \nu(r) < \nu(b).$$

Wegen der Minimalität von $\nu(b)$ muss $r = 0$ gelten und $1 = q \cdot b$, womit b eine Einheit ist.
Als Gegenbeispiel kann man den Fall aus b.) betrachten, wo $R = K$ ein Körper ist und die Gradfunktion beliebig wählbar. Jedes Element $b \neq 0$ aus R ist eine Einheit, aber nicht jedes hat minimalen Grad, wenn man eine nicht-konstante Gradfunktion wählt.

Aufgabe 3:

a.) Wie bei Aufgabe 2b) von Blatt 3 vorgehen. Es ergibt sich mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus

$$9 \cdot 4 - 35 = 1, \qquad 3 \cdot 7 - 20 = 1, \qquad 2 \cdot 28 - 11 \cdot 5 = 1.$$

Somit wird gebildet:

$$a \equiv 3 \cdot (-35) + 1 \cdot (-20) + 2 \cdot 56 = -13 \equiv 127 \mod 140.$$

Es gilt also

$$\varphi([127]_{140}) = ([3]_4, [2]_5, [1]_7).$$

b.) Bestimmung von S und T wie bei Aufgabe 2, Blatt 5:

1	0	6	2	1	0
0	1	4	5	0	1
1	0	2	6	0	1
0	1	5	4	1	0
1	0	2	6	0	1
-2	1	1	-8	1	0
-2	1	1	-8	0	1
1	0	2	6	1	0
-2	1	1	0	0	1
1	0	2	22	1	8
-2	1	1	0	0	1
5	-2	0	22	1	8

Mit

$$S := \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad T := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$$

gilt daher:

$$S \cdot \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 22 \end{pmatrix}.$$

c.) Bestimmung der Elementarteilerbasis von M bzgl. N wie in Aufgabe 3, Blatt 5.

$$
\begin{array}{cccc|cc|cc}
1 & 0 & 0 & 0 & 8 & 6 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 22 & 18 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 16 & 12 & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 8 & 6 & & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 4 & 18 & -1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 12 & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 6 & & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & -3 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 4 & 6 & -1 & 4 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 0 & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & -3 \\
-2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & -1 & 4 \\
-2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & & \\
-1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & & \\
\hline
\end{array}
$$

Mit

$$S := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad T := \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

gilt daher:

$$S \cdot \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 22 & 18 \\ 16 & 12 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} \cdot T = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 6 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

In den Spalten von S^{-1} findet man die gesuchte Elementarteilerbasis von M bzgl. N:

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aus 5.2.25, angewendet mit $R = \mathbb{Z}$, $N = U$, $n = 4$, $k = 2$, $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 6$ ergibt sich:

$$M/N \cong \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6.$$

Aufgabe 4:

a.) i) $(a, b) \in M_{\text{Tor}}$ gilt genau dann wenn $a = 0$ oder $b = 0$, denn nur dann gibt es $(m, n) \neq (0, 0)$ aus M mit $(m, n)(a, b) = (ma, nb) = (0, 0)$.

ii) $x \in M_{\text{Tor}}$ gilt genau dann wenn x ein Nullteiler im Ring $\mathbb{Z}_n$ ist. Somit gilt $M_{\text{Tor}} = \mathbb{Z}_n \setminus \mathbb{Z}_n^*$.
Man beachte dass den $\mathbb{Z}$-Modul $G = \mathbb{Z}_n$ jedoch gilt $G_{\text{Tor}} = G$, da $n \cdot x = 0$ für alle $x \in G$.

iii) $x \in M_{\text{Tor}}$ gilt genau dann wenn es ein $n \in \mathbb{N}$ gibt mit $x^n = 1$ (multiplikative Gruppe!). Dies gilt aber nur für $x = 1$ oder $x = -1$, hier ist also $M_{\text{Tor}} = \{-1, 1\}$.

iv) Es gilt $n \cdot (m, [a]_6, [b_8]) = 0$, falls $m = 0, \quad 6 \mid n, \quad 8 \mid n$.

Und es gilt $n \cdot (m, [a]_6, [b_8]) \neq 0$, falls $n, m \neq 0$.

Somit ist

$$M_{\text{Tor}} = \{0\} \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_8$$

b.) Als freier Modul ist N auch torsionsfrei.
Für $x \in M_{\text{Tor}}$ existiert ein $r \in R$ mit $r \neq 0$ und $rx = 0$. Es folgt $\varphi(rx) = 0$ und damit $r\varphi(x) = 0$. Da N torsionsfrei ist, bedeutet dies $\varphi(x) = 0$, also $x \in \ker(\varphi)$.

c.) Sei $r \in \text{Ann}_R(x)$. Dann gilt $rx = 0$ und daraus folgt $\varphi(rx) = 0$, also $r\varphi(x) = 0$ und somit $r \in \text{Ann}_R(\varphi(x))$.
Sei umgekehrt $r \in \text{Ann}_R(\varphi(x))$. Dann gilt $r\varphi(x) = 0$ und damit ergibt sich $\varphi(rx) = 0$. Da φ injektiv ist, folgt $rx = 0$ und damit $r \in \text{Ann}_R(x)$.
Damit sind beide Inklusionen bewiesen.

Aufgabe 5:

Es gilt

$$\chi_A = (t-5)^2(t+1)^2 = t^4 - 8t^3 + 6t^2 + 40t + 25$$

$$\mu_A = (t-5)^2(t+1) = t^3 - 9t^2 + 15t + 25$$

Die benötigten Potenzen von A lauten:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 14 \\ 0 & 16 & 17 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 25 \end{pmatrix} \text{ und } A^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 41 & 42 & 81 \\ 0 & 84 & 83 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 125 \end{pmatrix}$$

Das Minimalpolynom wird nach dem Schema aus 5.3.8 berechnet. (Dazu wird χ_A NICHT benötigt!). Sei (e_1, e_2, e_3, e_4) die Standardbasis des $R^{[4]}$. Dann steht in der i-ten Spalte von A^k der Vektor $A^k \cdot e_i$. Es sei q_i normiert mit $\mathrm{Ann}_{\mathbb{R}[t]}(e_i) = (q_i)_{\mathbb{R}[t]}$, wobei $\mathbb{R}^{[4]}$ gemäß 5.3.2 durch A zum $\mathbb{R}[t]$-Modul gemacht wird. Es gilt nun:

$$\begin{array}{lcl} Ae_1 = -e_1 & \Longrightarrow & q_1 = t+1 \\ A^2e_2 = 4Ae_2 + 5e_2 & \Longrightarrow & q_2 = t^2 - 4t - 5 \\ A^2e_3 = 4Ae_3 + 5e_3 & \Longrightarrow & q_3 = t^2 - 4t - 5 \\ A^3e_4 = 9A^2e_4 - 15Ae_4 - 25e_4 & \Longrightarrow & q_4 = t^3 - 9t^2 + 15t + 25 \end{array}$$

Es gilt $q_2 = (t+1)(t-5)$ und $q_4 = (t+1)(t-5)^2$ also ist $q_4 = kgV(q_1, q_2, q_3, q_4)$ und daher $\mu_A = q_4 = t^3 - 9t^2 + 15t + 25$.

Es gilt

$$\chi_B = (t-3)^4 = t^4 - 12t^3 + 54t^2 - 108t + 81$$

$$\mu_B = (t-3)^3 = t^3 - 9t^2 + 27t - 27$$

Die benötigten Potenzen von B lauten:

$$B^2 = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ -10 & 10 & 9 & 34 \\ -6 & 6 & 0 & 15 \end{pmatrix} \text{ und } B^3 = \begin{pmatrix} 0 & 27 & 0 & 27 \\ 0 & 27 & 0 & 0 \\ -63 & 63 & 27 & 171 \\ -27 & 27 & 0 & 54 \end{pmatrix}$$

Das Minimalpolynom wird nach dem Schema aus 5.3.8 berechnet. (Dazu wird χ_B NICHT benötigt!). Es gilt:

$$B^3e_i = 9B^2e_i - 27Be_i + 27e_i \ , \quad i = 1,2,4 \text{ und } \ Be_3 = 3e_3$$

Es folgt $\mu_B = (t-3)^3 = t^3 - 9t^2 + 27t - 27$.

Aufgabe 6:

Bei A gilt:

$$\chi_A = (t-3)^2(t^2-2t+2) \text{ und } \mu_A = (t-3)(t^2-2t+2)$$

Daher kommen als Polynominvarianten nur in Frage:

$$p_1 = (t-3), \quad p_2 = (t-3)(t^2-2t+2) = t^3 - 5t^2 + 8t - 6$$

und die rationale Normalform von A lautet:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Bei B gilt:

$$\chi_B = (t-3)^4 \text{ und } \mu_B = (t-3)^2$$

Als Polynominvarianten erhält man durch Umformen von $t \cdot E_4 - B$ auf Smith-Normalform:

$$p_1 = (t-2)^2, \quad p_2 = (t-3)^2 = t^2 - 6t + 9$$

und die rationale Normalform von B lautet:

$$\begin{pmatrix} 0 & -9 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Bei C gilt:

$$\chi_C = (t-3)^4 \text{ und } \mu_C = (t-3)^4$$

Daher kommen als Polynominvarianten nur in Frage:

$$p_1 = (t-3)^4 = t^4 - 12t^3 + 54t^2 - 108t + 81$$

und die rationale Normalform von C lautet:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -81 \\ 1 & 0 & 0 & 108 \\ 0 & 1 & 0 & -54 \\ 0 & 0 & 1 & 12 \end{pmatrix}.$$

Bei D gilt:

$$\chi_D = (t-3)^2(t-2)^2 \text{ und } \mu_D = (t-3)^2(t-2)^2$$

Daher kommen als Polynominvarianten nur in Frage:

$$p_1 = (t-3)^2(t-2)^2 = t^4 - 10t^3 + 37t^2 - 60t + 36$$

und die rationale Normalform von D lautet:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -36 \\ 1 & 0 & 0 & 60 \\ 0 & 1 & 0 & -37 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 7:

a.) Wir stellen die Konjugationsklassen von $\mathrm{Mat}_2(\mathbb{Z}_2)$ in einer Tabelle dar:

Konjugationsklasse	charakt. Polynom
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	t^2+1
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	t^2
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	t^2+t
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	t^2
$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	t^2+1
$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	t^2+t+1

b) Wir stellen die Konjugationsklassen von $\mathrm{Mat}_2(\mathbb{Z}_3)$ in einer Tabelle dar:

Konjugationsklasse	charakt. Polynom
$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	t^2+t+1
$\begin{pmatrix}2&0\\2&0\end{pmatrix}$	t^2+2t+1
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	t^2
$\begin{pmatrix}2&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\0&2\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}2&2\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\2&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&2\end{pmatrix}$	t^2+t
$\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&2\\2&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\2&0\end{pmatrix}$	t^2+2t
$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&1\\2&1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}$	t^2
$\begin{pmatrix}0&1\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&1\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&2\\2&1\end{pmatrix}$	t^2+1
$\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&1\\0&1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}2&2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\2&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\0&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\2&1\end{pmatrix}$	t^2+2
$\begin{pmatrix}2&2\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&1\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\2&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$	t^2+t+1
$\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&1\\0&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\1&2\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}2&2\\0&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\2&2\end{pmatrix}$	t^2+2t+1
$\begin{pmatrix}2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&2\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\2&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&1\\2&1\end{pmatrix}$	t^2+t+2
$\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$	t^2+2t+2