Universität Mannheim, Lehrstuhl für Mathematik VI
Prof. Dr. Claus Hertling, Ralf Kurbel

Übungsaufgaben zur Kodierungstheorie

1. *(3 Punkte)* Stellen Sie die 8×8-Matrix $H_8^{(st)}$ und die Nebenklasse $\eta + \mathcal{C}(H_8^{(st)})$ des zugehörigen Standard-Hadamard-Codes graphisch für $\eta = (11110000)$ dar, mit schwarzen und weißen Kästchen, die Nebenklasse als 16×8-Matrix. Wie hoch ist die Informationsrate? Was für ein Code ist es? (Angabe sowohl in der (n,M,d) als auch [n,k,d]-Notation)

2. *(3+2+2 Punkte)* Kodieren und Dekodieren des Hadamard-Codes $\mathcal{C}(H_8^{(st)})$.

   (a) Schreiben Sie die Matrix G_3^{erz} von Korollar 4.13 (b) hin. Kodieren Sie damit das Wort (1011). In welcher Zeile der Matrix
   $$\begin{pmatrix} A(H_8^{(st)}) \\ A(-H_8^{(st)}) \end{pmatrix}$$
   steht das erhaltene Codewort?

   (b) Berechnen Sie das Produkt $H_8^{(st)} \cdot (1\ 1\ -1\ -1\ 1\ 1\ 1\ -1)^{tr}$ und dekodieren Sie mit Hilfe des Ergebnisses und Lemma 4.14 das empfangene Wort (00110001).

   (c) Schreiben Sie die Matrizen $M_8^{(1)}, M_8^{(2)}$ und $M_8^{(3)}$ hin und berechnen Sie die Produkte
   $$\begin{aligned} M_8^{(3)} \cdot (1\ 1\ -1\ -1\ 1\ 1\ 1\ -1)^{tr}, \\ M_8^{(2)} \cdot M_8^{(3))} \cdot (1\ 1\ -1\ -1\ 1\ 1\ 1\ -1)^{tr}, \\ M_8^{(1)} \cdot M_8^{(2)} \cdot M_8^{(3))} \cdot (1\ 1\ -1\ -1\ 1\ 1\ 1\ -1)^{tr}. \end{aligned}$$

3. *(4 Punkte)* Notieren Sie zu den Elementen $1, z_1, z_2, z_3, z_1z_2, z_1 + z_2z_3, z_1z_2z_3 \in Abb(\mathbb{F}_2^3, \mathbb{F}_2)$ das jeweils zugehörige Element aus $\mathbb{F}_2^8$.

4. *(2 Punkte)* Sei $s = (s_1, ..., s_m) \in \mathbb{F}_2^m$ beliebig. Beweisen Sie, daß die Polynome $P_{I,s}$ mit $I \subset \{1, ..., m\}$ eine Basis des $\mathbb{F}_2$-Vektorraums $\text{Abb}(\mathbb{F}_2^m, \mathbb{F}_2)$ bilden.

Abgabe am Montag, den 19. März 2012, in der Übung.