Universität Mannheim, Lehrstuhl für Mathematik VI
Prof. Dr. Claus Hertling, Ralf Kurbel

Übungsaufgaben zur Kodierungstheorie

1. *(3 Punkte)* Beweisen Sie das Lemma 1.2 (c) aus der Vorlesung.

2. *(3+4 Punkte)* Gegeben sei ein (Block-)Code $\mathcal{C} \subset \mathbb{F}_3^5$ mit
   $\mathcal{C} = \{(10020), (01210), (21012), (10201), (00101)\}$.

   (a) Es werden folgende Wörter empfangen: $\{(00101), (02210), (01210), (02102)\} \subset \mathbb{F}_3^5$. Welche Codewörter ergeben sich beim Empfänger durch eine *maximum-likelihood* Dekodierung?

   (b) Sei $A = (a_{ij})$ definiert als

   $$A = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.01 & 0.02 & 0.03 & 0.04 \\ 0.01 & 0.89 & 0.03 & 0.04 & 0.03 \\ 0.02 & 0.09 & 0.8 & 0.03 & 0.06 \\ 0.06 & 0 & 0.12 & 0.66 & 0.16 \\ 0.01 & 0.01 & 0.03 & 0.24 & 0.71 \end{pmatrix}$$

   wobei a_{ij} die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(c_i \text{ empfangen} | c_j \text{ gesendet})$ ist. Wie hoch sind Informationsrate, Fehlerwahrscheinlichkeit und (minimaler) Hamming-Abstand (des Codes)? Ist der Code linear (Begründung)?

3. *(3+3 Punkte)*

   (a) Gibt es einen 1-fehlerkorrigierenden Code $\mathcal{C} \subset \mathbb{F}_2^4$ mit 3 Elementen? (Begründung)

   (b) Konstruieren Sie einen 1-fehlerkorrigierenden Code $\mathcal{C} \subset \mathbb{F}_2^5$ mit maximaler Elementanzahl.

Abgabe am Montag, den 20. Februar 2012, in der Übung.