Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

24. Januar 2005

13. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^2$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine Lösung in $[0, 1]$.

2) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^{2/3}$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine reelle Lösung.

3) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \tan y(t)$ mit $y(0) = 0$ hat in $[0, 1]$ nur die Nullösung.

4) Für welche Werte von t_0 ist das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = -t/y$ mit $y(t_0) = y_0$ eindeutig lösbar?

Aufgabe 1: (*5 Punkte)*
Finden Sie die Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichungen und diskutieren Sie deren Langzeitverhalten!

a) $\dot{y}(t) + e^{-t}y(t) = e^{-t}$

b) $\dot{y}(t) + \sin t \cdot y(t) = 2 \sin t \cos t$

Aufgabe 2: (*8 Punkte)*
Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

a) $t\big(y(t)^2 + 1\big) + (t^2 + 1)\dot{y}(t) = 0$

b) $(1 - t)y(t)\dot{y}(t) = 1 - y(t)^2$

c) $\dot{y}(t) = e^{y(t)} \sin t$

d) $\dot{y}(t) = \dfrac{\cos t}{\cos y(t)}$

Aufgabe 3: (*3 Punkte)*
In gewissen mikrobiologischen Reaktoren genügt die Konzentration des entstehenden Produkts der Differentialgleichung

$$\dot{y}(t) = \frac{a y(t)}{b + y(t)}$$

mit positiven Konstanten $a, b \in \mathbb{R}$. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen y und t her, und drücken Sie mindestens eine der beiden Variablen durch die andere aus!

Abgabe bis zum Montag, dem 31. Januar 2005, um 15.30 Uhr