

2. Juli 2004

11. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Die Matrix $A \in \mathbb{k}^{n \times n}$ habe die Eigenwerte $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{k}$. Dann hat $2A$ die Eigenwerte $2\lambda_1, \dots, 2\lambda_n$.
- 2) Die Niveaulinien $N_a(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = a\}$ der Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ zu den Funktionswerten $a \in \mathbb{R}$ seien die Geraden $y = x - a$. Was ist f ?
- 3) Der Graph $\Gamma_f = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x, y) = z\}$ der Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit Koordinaten x, y in \mathbb{R}^2 und z in \mathbb{R} sei die Fläche, die aus der Parabel $z = x^2$ durch Rotation um die z -Achse entsteht. Was ist f ?
- 4) Gibt es Funktionen $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^2$, deren Graph gleich der Oberfläche einer Kugel ist?
- 5) *Richtig oder falsch:* Die partielle Ableitung f_{xy} von $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ verschwindet genau dann überall, wenn es Funktionen $g, h \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ gibt, so daß $f(x, y) = g(x) + h(y)$ ist.

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -3 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}!$
- b) Zeigen Sie, daß \mathbb{R}^3 eine Basis aus Eigenvektoren von A hat!
- c) Wie sieht A bezüglich dieser Basis aus?

Aufgabe 2: (5 Punkte)

- a) Bestimmen Sie für die Funktion $f: \begin{cases} D \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y, z) \mapsto x \cdot e^{xy/z} \end{cases}$ den größtmöglichen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}^3$!
- b) Berechnen Sie dort die Ableitung von f !
- c) Berechnen Sie dort die HESSE-Matrix von f !

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Berechnen Sie das TAYLOR-Polynom zweiten Grades für die Funktion

- a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto e^{x^2+y^3}$
- b) $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto \ln(x + \cos^2 y)$

Abgabe bis zum Freitag, dem 9. Juli 2004, um 12.00 Uhr