WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

28. Mai 2004

6. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Falls es in einem linearen Gleichungssystem über $\mathbb{R}$ weniger Gleichungen als Variable gibt, ist die Lösungsmenge unendlich.

2) *Richtig oder falsch:* Wenn die Matrix eines linearen Gleichungssystems invertierbar ist, hat das System genau eine Lösung.

3) *Richtig oder falsch:* Die Menge aller rechter Seiten $\vec{b}$, für die das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ lösbar ist, ist ein Vektorraum.

4) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $x+y = 2$ und $ix-iy = 4$ über den komplexen Zahlen!

5) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $x + y = 1$, $y + z = 1$ und $x + z = 1$ über dem Körper $\mathbb{F}_2$!

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)
Bestimmen Sie, in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$, die Lösungsmenge $\mathcal{L}_a \subseteq \mathbb{R}^3$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x + 2y - \qquad az &= 8 \\ 2x + \quad y + (a+3)z &= 7 \\ x + ay + \qquad\quad z &= 4a+1 \end{aligned}$$

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)
Bestimmen Sie, in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$, die Lösungsmenge $\mathcal{L}_a \subseteq \mathbb{R}^4$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} & & x & + & y & - & z & = & 1 \\ 3w & + & ax & - & y & + & z & = & 2a \\ w & & & - & y & + & z & = & 1 \\ aw & - & x & - & ay & + & 3z & = & 1 \end{array}$$

Aufgabe 3: (*5 Punkte*)
Bestimmen Sie, soweit möglich, die inversen Matrizen zu

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

und geben Sie gegebenenfalls auch an, unter welchen Bedingungen an $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ die angegebenen Matrizen *nicht* invertierbar sind!

Abgabe bis zum Freitag, dem 4. Juni 2004, um 12.00 Uhr