

29. März 2018

6. Übungsblatt Zahlentheorie

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Finden Sie mit dem Sieb des ERATOSTHENES ohne Computerhilfe alle Primzahlen p mit $1320 \leq p \leq 1360$!

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Nach dem Postulat von Bertrand liegt zwischen 100 und 200 mindestens eine Primzahl.

a) Was gibt die in der Vorlesung bewiesene Abschätzung

$$0,17 \frac{x}{\log x} < \pi(x) < 22,2 \frac{x}{\log x}$$

für die Mindestanzahl von Primzahlen zwischen 100 und 200?

b) Wie viele Primzahlen gibt es wirklich in diesem Bereich?

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Die Zahlen $p_1 = 6t+1$, $p_2 = 12t+1$ und $p_3 = 18t+1$ seien allesamt prim, und $p = p_1 p_2 p_3$.

a) Zeigen Sie: Es gibt $1296t^3$ Zahlen a zwischen 1 und $p-1$, für die p den FERMAT-Test besteht.

b) Wie verhält sich die Wahrscheinlichkeit dafür, daß p für eine zufällige Basis a den FERMAT-Test besteht, wenn t gegen unendlich geht?

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß 41041 eine CARMICHAEL-Zahl ist!

Hinweis: Ein Primteiler ist offensichtlich, und sein Kofaktor hat nur kleine Primteiler.

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Beweisen Sie mit Hilfe des Kriteriums von POCKLINGTON, daß 37 eine Primzahl ist!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 12. April 2018, um 10.10 Uhr