

2. März 2022

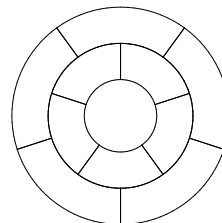
### 3. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

#### Aufgabe 1:

- In der deutschsprachigen Wikipedia ist ein Stadtplan von Königsberg aus dem Jahr 1255 zu finden. Damals gab es acht Brücken über den Pregel: Zusätzlich zu den sieben zur Zeit EULERS führte noch eine dritte Brücke vom Kneiphof in die Altstadt, also von dem Gebiet, das EULER mit A bezeichnete, nach C. Konnte man damals auf einem Spaziergang genau einmal über jede der acht Brücken gehen?
- Im zweiten Weltkrieg wurden alle sieben Brücken zerstört. Im heutigen Kaliningrad gibt es wieder fünf von EULERS sieben Brücken: Von beiden Ufern des Pregel führt heute nur noch je eine Brücke auf den Kneiphof. Ist es nun möglich, einen Weg zu finden, der jede der fünf Brücken genau einmal überquert?
- Gibt es einen solchen Weg mit gleichem Anfangs- und Endpunkt?
- Bevor sich der Pregel in zwei Arme teilt, wird er ebenfalls von einer Brücke überquert. Wie ändern sich die Antworten bei b) und c), wenn man einen Weg über alle sechs Brücken sucht?

#### Aufgabe 2:

Färben Sie die rechts stehende Karte so mit vier Farben, daß keine zwei benachbarte Gebiete die gleiche Farbe haben!



#### Aufgabe 3:

Zerlegen Sie das Dreiecksprisma mit Ecken  $P_i = (0, 0, i)$ ,  $Q_i = (1, 0, i)$  und  $R_i = (0, 1, i)$  mit  $i \in \{0, 1\}$  in (offene) Simplizes! Wie viele Simplizes der Dimensionen 0, 1, 2, 3 brauchen Sie? Was ist die alternierende Summe der Ecken, Kanten, Flächen und Körper?

#### Aufgabe 4:

Der abstrakte simpliziale Komplex  $\mathfrak{K}$  bestehe aus  $n$  Ecken  $P_1, \dots, P_n$ , den Kanten  $\overline{P_i P_{i+1}}$  für  $i = 1, \dots, n-1$  und  $\overline{P_1 P_i}$  für  $i = 2, \dots, n$ , sowie den Dreiecken  $\triangle P_1 P_i P_{i+1}$  für  $i = 2, \dots, n-1$ .

- Skizzieren Sie für  $n = 6$  eine geometrische Realisierung dieses Komplexes in  $\mathbb{R}^2$ !
- Bestimmen Sie die Ränge aller Ketten-, Zykel- und Rändergruppen!
- Berechnen Sie die Homologiegruppen von  $\mathfrak{K}$ !