Wolfgang K. Seiler A5, C201
Tel. 2515

21. März 2014

6. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: *(11 Punkte)*
Ein topologischer Raum X heißt *lokal kompakt,* wenn er HAUSDORFFsch ist und jeder Punkt $x \in X$ eine kompakte Umgebung hat.

a) Zeigen Sie, daß jeder $\mathbb{R}^n$ lokal kompakt ist!

b) X sei ein lokal kompakter topologischer Raum. Die ALEXANDROFF-Kompaktifizierung von X ist $\hat{X} = X \cup \{\omega\}$ für irgendein $\omega \notin X$, wobei eine Teilmenge $U \subset \hat{X}$ offen sein soll genau dann, wenn sie entweder eine offene Teilmenge von X ist oder aber das Komplement einer kompakten Teilmeng von X. Zeigen Sie, daß diese Vorschrift in der Tat eine Topologie auf $\hat{X}$ definiert und daß $\hat{X}$ damit ein kompakter topologischer Raum wird!

c) Zeigen Sie: Für $n \geq 1$ ist die ALEXANDROFF-Kompaktifizierung von $\mathbb{R}^n$ homöomorph zur n-Sphäre $\mathbb{S}^n$.

d) Zeigen Sie: Sind X, Y zwei zueinander homöomorphe topologische Räume, so sind auch ihre ALEXANDROFF-Kompaktifizierungen $\hat{X}$ und $\hat{Y}$ zueinander homöomorph.

e) Folgern Sie, daß $\mathbb{R}^n$ und $\mathbb{R}^m$ für $n \neq m$ nicht zueinander homöomorph sind!

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*
Der simpliziale Komplex K bestehe aus einem Quadrat, das durch seine beiden Diagonalen in vier Dreiecke zerlegt wurde; der Schnittpunkt der beiden Diagonalen sei der Punkt M. Bestimmen den Stern und den Link von M in der ersten baryzentrischen Unterteilung von K !

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
Zeigen Sie, daß jede Karte auf einem Torus mit höchstens sieben Farben so gefärbt werden kann, daß keine zwei Nachbargebiete die gleiche Farbe haben!

Abgabe bis zum Freitag, dem 28. März 2014, um 11.55 Uhr