Wolfgang K. Seiler — A5, C201
Tel. 2515

20. April 2012

8. Übungsblatt Reell-algebraische Geometrie

Aufgabe 1: *(8 Punkte)*

a) Finden Sie für die Kreisscheibe

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 < 1\right\}$$

eines Zerlegung von $\mathbb{R}^2$, die den Bedingungen des Struktursatzes genügt! (Das muß nicht die im Beweis konstruierte Zerlegung sein; es gibt einfachere!)

b) Konstruieren Sie daraus eine entsprechende Zerlegung des $\mathbb{R}^3$ für die Sphäre

$$S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + y^2 + z^2 = 1\right\}!$$

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*

Konstruieren Sie eine entsprechende Zerlegung für die Kurve

$$K = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; y^2 = x^3 - x\right\}!$$

Aufgabe 3: *(7 Punkte)*

Für $m \in \mathbb{N}$ sei $W_m = (0, 1)^m$ der m-dimensionale Würfel; für $m = 0$ setzen wir formal $W_0 = \{0\}$. Weiter sei $X \subseteq \mathbb{R}^n$ eine semialgebraische Menge. Zeigen Sie:

a) Ist $\mathcal{I} = \{A_1, \ldots, A_r\}$ eine Zerlegung des $\mathbb{R}^n$ für X gemäß dem Struktursatz, so gibt es für jedes A_i ein m_i und eine bijektive stetige Abbildung $\varphi_i\colon W_{m_i} \to A_i$.

b) Auch die Umkehrabbildung φ_i^{-1} ist stetig.

Abgabe bis zum Freitag, dem 27. April 2012, um 12.00 Uhr