

23. März 2012

6. Übungsblatt Reell-algebraische Geometrie

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Bestimmen Sie die Diskriminante des kubischen Polynoms $x^3 + px + q$!

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Es gibt ein Polynom $f \in \mathbb{Z}[x_1, \dots, x_{26}]$ mit der Eigenschaft, daß $p \in \mathbb{N}$ genau dann eine Primzahl ist, wenn die Gleichung $f(x_1, \dots, x_{25}, p) = 0$ eine ganzzahlige Lösung hat. Zeigen Sie, daß es auch ein Polynom $g \in \mathbb{Z}[x_1, \dots, x_{26}]$ gibt mit der Eigenschaft, daß für alle 26-Tupel ganzer Zahlen gilt: Falls g dort einen positiven Wert annimmt, ist dieser eine Primzahl.

Aufgabe 3: (10 Punkte)

- a) Zeigen Sie, daß das Polynom $x^3 + x + 1$ genau eine reelle Nullstelle x_0 hat!
- b) Finden Sie ein Polynom, das $x_0 + \sqrt{5}$ und $x_0 - \sqrt{5}$ als seine einzigen reellen Nullstellen hat!
- c) Finden Sie ein Intervall, in dem dieses Polynom nur $x_0 + \sqrt{5}$ als Nullstelle hat!

Abgabe bis zum Freitag, dem 30. März 2012, um 12.00 Uhr