Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

9. März 2012

4. Übungsblatt Reell-algebraische Geometrie

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*

a) Zeigen Sie: Ist $f \in \mathbb{Z}[x]$ ein primitives Polynom und $g \in \mathbb{Z}[x]$ ein beliebiges Polynom, so ist $\operatorname{ggT}(f, ag) = \operatorname{ggT}(f, g)$ für alle $a \in \mathbb{Z}$.

b) Finden Sie ein reduzibles (d.h. nicht irreduzibles) Polynom $f \in \mathbb{R}[x, y]$, das in $\mathbb{R}(x)[y]$ irreduzibel ist!

Aufgabe 2: *(3 Punkte)*

Zeigen Sie: Ist R ein faktorieller Ring und sind $f, g \in R[x]$ Polynome der Grade n und m, so ist $\operatorname{Res}_x(f, g) = (-1)^{nm} \operatorname{Res}_x(g, f)$!

Aufgabe 3: *(4 Punkte)*

Berechnen Sie für zwei feste, aber beliebige Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ die Resultante der beiden Polynome $f = x^2 - a$ und $g = x - b$ direkt als Determinante der Sylvester-Matrix, und interpretieren Sie das Ergebnis!

Aufgabe 4: *(7 Punkte)*

Berechnen Sie die Resultante der beiden Polynome

$$f = x^8 + x^6 - 3x^4 - 3x^3 + 8x^2 + 2x - 5 \quad \text{und} \quad g = 3x^6 + 5x^4 - 4x^2 - 9x + 21$$

nach dem in der Vorlesung behandelten Euklid-artigen Algorithmus! Polynomdivisionen können (und sollten) dabei mit einem Computeralgebrasystem durchgeführt werden, sonstige Rechnungen nicht.

Abgabe bis zum Freitag, dem 16. März 2012, um 12.00 Uhr