

24. Februar 2012

2. Übungsblatt Reell-algebraische Geometrie

Aufgabe 1: (3 Punkte)

(f_0, \dots, f_s) sei eine STURMSche Folge für das Polynom $f \in \mathbb{R}[x]$, und a_0, \dots, a_s seien reelle Zahlen. Wann ist auch $(a_0 f_0, \dots, a_s f_s)$ eine STURMSche Folge für f ?

Aufgabe 2: (10 Punkte)

Wir betrachten das Polynom $f = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 8$. Zeigen Sie:

- Für $x \leq -3$ ist $f'(x) < 0$; für $x \geq 2$ ist $f'(x) > 0$.
- Alle reellen Nullstellen von f liegen im Intervall $(-3, 2)$.
- Wie viele reelle Nullstellen gibt es?
- Bestimmen Sie alle ganzen Zahlen n , für die das Intervall $(n, n + 1)$ eine Nullstelle von f enthält!
- Bestimmen Sie für jede reelle Nullstelle x von f ein Intervall, das diese und keine andere Nullstelle von f enthält!

Aufgabe 3: (7 Punkte)

- Bestimmen Sie alle Werte $p \in \mathbb{R}$, für die das Polynom $g = x^4 + x + p$ keine, eine, zwei, drei bzw. vier reelle Nullstellen hat!
- Was wissen Sie über die Vorzeichen der Nullstellen?
- Kann g mehrfache Nullstellen haben?

Abgabe bis zum Freitag, dem 2. März 2012, um 12.00 Uhr