WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

26. Oktober 2015

6. Übungsblatt Mathematische Visualisierung

Aufgabe 1: *(8 Punkte)*
Untersuchen Sie, welche der folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind und bestimmen Sie gegebenenfalls die maximale Teilmenge von $\mathbb{C}$, auf der dies der Fall ist!
a) $f(z) = z^2$ *b)* $f(z) = z^{-2}$ *c)* $f(z) = |z|$ *d)* $f(z) = \Re z$ *e)* $f(z) = e^z$ *f)* $f(z) = \sin z$

Aufgabe 2: *(3 Punkte)*
Zeigen Sie, daß jede komplex differenzierbare Funktion $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{R}$ konstant ist!

Aufgabe 3: *(4 Punkte)*
a) Zeigen Sie, daß die komplexe Konjugation Winkel dem Betrag nach erhält, aber ihre Orientierung umkehrt!
b) Welche Beziehungen erfüllt diese Funktion an Stelle der CAUCHY-RIEMANNschen Differentialgleichungen?
c) Zeigen Sie, daß es zu jeder winkeltreuen orientierungsumkehrenden Funktion $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ eine komplex differenzierbare Funktion $g\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ gibt derart, daß $f(z) = \overline{g(z)}$ für alle $z \in \mathbb{C}$, und daß umgekehrt auch jede solche Funktion winkeltreu, aber orientierungsumkehrend ist!

Aufgabe 4: *(5 Punkte)*
Der Punkt $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ werde mit der komplexen Zahl $z = x + iy$ identifiziert und auf z^n mit einem *reellen* $n \geq 1$ abgebildet. Zeigen Sie, daß diese Abbildung winkeltreu ist!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 29. Oktober 2015, um 15.30 Uhr