Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515
A5, C201

12. Oktober 2015

4. Übungsblatt Mathematische Visualisierung

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Berechnen Sie für das Vektorfeld
$$\vec{V}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; \quad (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} x+y+z \\ x^2+y^2+z^2 \\ x^3+y^3+z^3 \end{pmatrix}$$
die Divergenz und die Rotation!

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*
D sei eine offene Teilmenge von $\mathbb{R}^3$, $f\colon D \to \mathbb{R}$ sei eine mindestens zweimal stetig differenzierbare Funktion und $\vec{V}\colon D \to \mathbb{R}^3$ ein mindestens zweimal stetig differenzierbares Vektorfeld. Berechnen Sie

a) $\operatorname{div}\operatorname{grad} f$

b) $\operatorname{rot}\operatorname{grad} f$

c) $\operatorname{div}\operatorname{rot} \vec{V}$!

Aufgabe 3: *(6 Punkte)*
Bestimmen Sie die Feldlinien der folgenden Vektorfelder als implizit gegebene Kurven der Form $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) = 0\}$:

a) $\vec{V}(x,y) = \begin{pmatrix} 2x \\ y \end{pmatrix}$

b) $\vec{W}(x,y) = \begin{pmatrix} ay \\ bx \end{pmatrix}$

Um welche Arten von Kurven handelt es sich jeweils?

Aufgabe 4: *(5 Punkte)*

a) Zeigen Sie, daß die Abbildung
$$\varphi\colon \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2 \\ t \mapsto (\cosh t, \sinh t) \end{cases}$$
eine Hyperbel parametrisiert!

b) Finden Sie eine Parameterdarstellung des Hyperboloids $x^2+y^2-z^2=1$!

c) Berechnen Sie dessen Fundamentalgrößen!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 15. Oktober 2015, um 15.30 Uhr